

La ricerca delle onde gravitazionali (*)

I. MODENA

Università di Roma "Tor Vergata" - Roma, Italy

INFN, Sezione di Roma 2 - Roma, Italy

(ricevuto il 5 Dicembre 1996; approvato il 27 Febbraio 1997)

Summary. — We summarize the features of the gravitational waves in the framework of the General Relativity theory and report the principles of operation and the present status of resonant g.w. antennas. We describe the instrumentation and a typical performance of one of the two Rome group cryogenic detectors.

PACS 04.30 – Gravitational waves: experiments.

PACS 04.80 – Experimental studies of gravity.

PACS 01.30.Cc – Conference proceedings.

Non si può parlare di onde gravitazionali senza, ovviamente, vederne la loro previsione nell'ambito della Relatività Generale di Einstein.

I concetti che mi permettono di richiamare da questa teoria sono quelli che useremo in seguito per esporre questo tema.

– Il tensore metrico $g_{\mu\nu}$ che definisce la geometria dello spazio: per esempio, lo spazio di Minkowski, che è uno spazio piatto, è rappresentato dal tensore g^0 ridotto alla sola diagonale con valori (1, 1, 1, -1), mentre in uno spazio curvo sono diverse da zero anche le altre componenti (il problema era stato posto e discusso da Gauss).

– L'idea fondamentale di Einstein che il campo gravitazionale può essere rappresentato da una opportuna geometria dello spazio e che arriva, attraverso il principio di equivalenza tra m_g e m_i , a dimostrare che un campo gravitazionale può essere sostituito *localmente* da una opportuna scelta di un sistema di riferimento *non inerziale*. Con l'introduzione dei tensori di Riemann e di Ricci, per una accurata descrizione della curvatura dello spazio, Einstein è arrivato alla formulazione di una corretta descrizione del campo gravitazionale mediante equazioni che legano la curvatura dello spazio (essenzialmente il tensore metrico che lo descrive) alle masse e

(*) Paper presented at the VII Cosmic Physics National Conference, Rimini, October 26-28, 1994.

all'energia in esso distribuite. Le equazioni sono:

$$(1) \quad R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R = 8\pi G/c^4 T_{\mu\nu},$$

dove $R_{\mu\nu}$ è il tensore di Ricci, $g_{\mu\nu}$ il tensore metrico, R lo scalare di curvatura (dedotto dal tensore di Ricci) e $T_{\mu\nu}$ il tensore energia-impulso. In esse compare il tensore $T_{\mu\nu}$ energia-impulso che descrive la distribuzione della massa e dell'energia nello spazio, come accennato.

Sono equazioni non lineari del II ordine e le incognite sono le componenti del tensore metrico; per esse non esiste una soluzione generale e quindi, di volta in volta, si cerca una soluzione parziale ottenibile con opportune semplificazioni.

– *Onde gravitazionali.*

Nel nostro caso la semplificazione è quella di campo debole, nel quale la deviazione dallo spazio di Minkowski è molto piccola; inoltre ci poniamo nel vuoto e quindi $T_{\mu\nu} = 0$.

Ponendo

$$g_{\mu\nu} = g^0 + h_{\mu\nu}, \quad \text{con } h_{\mu\nu} \ll 1,$$

le equazioni possono essere linearizzate, trascurando i termini in $h_{\mu\nu}$ di ordine superiore al primo e la loro espressione ricade in equazioni del tipo di D'Alembert:

$$(2) \quad \square h_{\mu\nu} = 0 \quad \text{con soluzioni } h_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu} e^{ik_\alpha x^\alpha},$$

che sono soluzioni di onde che si propagano con velocità c .

Un'analisi più dettagliata (che comprende la scelta della gauge di Lorentz e di un opportuno sistema di coordinate che permette di annullare alcuni termini) mostra che queste onde sono trasversali con due stati di polarizzazione (la particella associata ha spin 2 e massa nulla) a 45° di inclinazione reciproca.

– *Sorgenti.*

Dalle equazioni linearizzate si possono trovare delle soluzioni tipo potenziali ritardati, come nel caso delle onde e.m. Si trovano, pertanto, espressioni del tipo

$$(3) \quad h_{ik} = -4G/c^4 \int (\tau_i^k / r)_{t-\tau/c} dV.$$

Se facciamo l'espansione in termini di multipolo, a grande distanza dalla sorgente si trova che la potenza irradiata è

$$W = (G/45c^5) \ddot{D}_{\alpha\beta}^2,$$

dove $D_{\alpha\beta}$ è il tensore di quadrupolo legato alla massa della sorgente; manca ovviamente il termine di dipolo per la conservazione del momento.

Solo a titolo di esempio riporto la prima valutazione fatta dallo stesso Einstein per una sbarra cilindrica, rotante attorno ad un asse normale all'asse di simmetria, che è

$$W = (32G/5c^5) I^2 \omega^6.$$

Per una sbarra di massa > 100 t e che ruota al limite della rottura la potenza emessa è $W \sim 2 \times 10^{-29}$ W.

E da notare il tremendo coefficiente c^5 posto a denominatore.

Considerando invece oggetti di massa enormemente superiore, possiamo ottenere potenze molto grandi; per esempio un sistema binario emette una potenza

$$W = 32G/5c^5(m_1 m_2 / m_1 + m_2) r^4 \omega^6$$

e se prendiamo la binaria β Per (distante 30 pc, con un periodo di 2.9 anni) troviamo una potenza di $W = 1.4 \times 10^{21}$ W, ma che provoca, alla superficie della terra, una OG di ampiezza $h_0 \sim 10^{-18}$.

Ampiezze di questo ordine di grandezza si trovano per collassi gravitazionali legati a supernovae nella nostra Galassia, ma con frequenze molto più grandi, presumibilmente dell'ordine del kHz.

– *Rivelazione delle OG.*

La variazione della metrica locale, indotta da una OG, provoca la variazione della distanza, per esempio di due masse libere o delle dimensioni di un corpo solido. Su questi due effetti è basata la tecnica di rivelazione e da essi derivano, dal primo, le antenne interferometriche e dal secondo le antenne risonanti.

Le antenne interferometriche sono essenzialmente un interferometro di Michelson con dei bracci, nei due progetti attuali (uno europeo e l'altro USA), lunghi alcuni chilometri e nei quali si osserva la figura di interferenza: una variazione Δl della lunghezza di uno dei due bracci può essere misurata dalla variazione della figura. Per un'onda di ampiezza h si ha una variazione della lunghezza di uno dei bracci data dalla $h = \Delta l/l$ e per questo è necessario avere bracci i più lunghi possibile.

Le stime della sensibilità di queste antenne prevedono la possibilità di rilevare OG di ampiezza dell'ordine di $h = 10^{-22}$ (h è un numero puro) tali da poter osservare collassi da supernovae nelle galassie del Virgo cluster.

Nel seguito considereremo il secondo tipo di antenne, quelle risonanti che sono quelle scelte dal gruppo di Roma e sulle quali è stato fatto il maggior lavoro sperimentale.

– *Antenne risonanti.*

Il modello più semplice di antenna risonante è il sistema di due masse collegate da una molla: allora l'impatto di una OG di breve durata che arriva normalmente all'asse del sistema ha come effetto lo spostamento delle masse dalla posizione di equilibrio e il conseguente inizio di un moto armonico alla frequenza propria del sistema, eventualmente smorzato.

Lo stesso risultato si ha se il sistema è una barra (cilindrica) che inizia un moto vibratorio del quale si considera qui solo il primo modo longitudinale.

La forza dovuta all'OG è distribuita lungo tutta la barra e quindi in essa, oltre alla forza dell'OG si genera una forza dovuta allo stress conseguente alla deformazione elastica.

L'equazione del moto si può allora scrivere

$$(4) \quad \rho \partial^2 \xi / \partial t^2 = \partial \sigma / \partial z + F_g,$$

dove ξ è lo spostamento della sezione della barra alla distanza z dal centro (preso come origine) e σ lo stress allo stesso punto; F_g è la forza dovuta all'OG che si può scrivere in

questo modo

$$F_g = Qz/2h .$$

La soluzione si può allora ottenere nella forma

$$(5) \quad \xi(t, z) = -2L/\pi^2 H\omega_0 e^{-\beta_1 t} \sin(\omega_0 t) \sin \omega_0 z/v ,$$

dove L è la semilunghezza della barra, H l'ampiezza massima dell'OG, ω_0 è la frequenza del primo modo longitudinale, β_1 è il coefficiente di dissipazione e v la velocità del suono, caratteristica del materiale di cui è fatta la barra.

Per la misura di tale vibrazione è necessario un trasduttore che converta il segnale meccanico in uno elettrico. I primi trasduttori usati nelle antenne a temperatura ambiente sono state le ceramiche piezoelettriche, poste al centro dell'antenna come misuratori di stress.

Nelle antenne criogeniche (vedremo dopo la giustificazione dell'uso delle basse temperature) si sono invece usati trasduttori induttivi o capacitivi, posti su una faccia della barra come rivelatori di spostamento.

Possiamo scrivere l'energia assorbita dall'antenna

$$(6) \quad \Delta E_s = f(\omega) \Sigma ,$$

dove $f(\omega)$ è la componente dell'OG a quella frequenza e

$$\Sigma = 8/\pi(v/c) G/cM$$

è la sezione d'urto dell'antenna.

D'altra parte possiamo scrivere il rumore dell'antenna in questa forma

$$(7) \quad \Delta E_n = kT/\beta Q + 2kT_n ,$$

dove T è la temperatura termodinamica della barra, k la costante di Boltzmann, β è la frazione di energia che il trasduttore converte in segnale elettrico, Q il fattore di merito meccanico della barra e T_n è il rumore, espresso in K, dell'amplificatore usato dopo il trasduttore.

Quindi il rapporto segnale /rumore del sistema barra-rivelatore sarà

$$(8) \quad \text{SNR} = \Delta E_s / \Delta E_n ;$$

come si vede, per poter aumentare la sensibilità di un'antenna bisogna diminuire ΔE_n , e quindi, oltre ad usare amplificatori a bassissimo rumore, è necessario raffreddare l'antenna il più possibile.

In questa ottica, all'inizio degli anni '70 si è cominciato a progettare le antenne criogeniche di prima generazione, quelle raffreddate all'elio liquido (~ 4 K); ne sono state costruite quattro, funzionanti, nel mondo: all'Università di Roma, all'Università di Stanford, all'Università della Louisiana e all'Università di Perth. L'antenna del gruppo di Roma funziona da anni al CERN e il suo nome è EXPLORER.

Verso la metà degli '80 è cominciata la costruzione della prima antenna ultracriogenica, NAUTILUS, da parte del gruppo di Roma, per temperature < 0.1 K. Attualmente essa è in funzione presso i Laboratori Nazionali di Frascati dell'INFN, mentre la seconda, AURIGA, è in montaggio presso i Laboratori Nazionali di Legnaro, sempre dell'INFN.

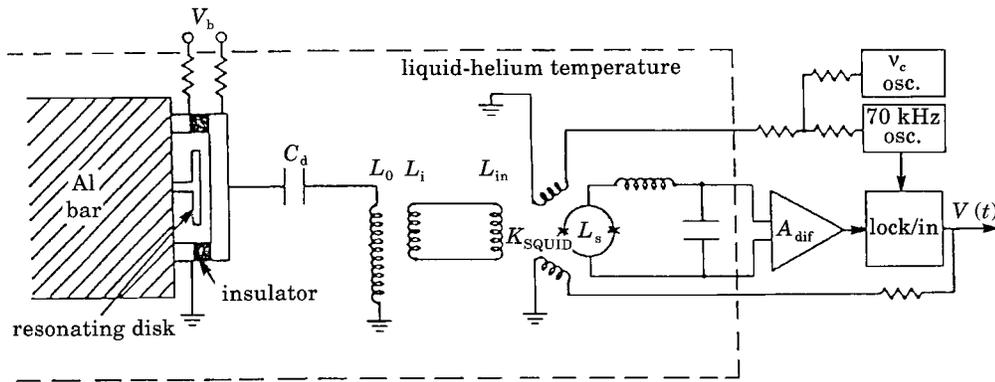


Fig. 1. — Schema del sistema di acquisizione di un'antenna gravitazionale. Il trasduttore è fatto dal risonatore, alla stessa frequenza della barra, affacciato ad un piano elettricamente carico col quale forma un condensatore vibrante. Esso è accoppiato, attraverso un trasformatore superconduttore che serve come adattatore di impedenza, ad uno SQUID che è il preamplificatore di una catena elettronica posta a temperatura ambiente. In figura, la regione tratteggiata è alla temperatura di 2.5 K in EXPLORER; in NAUTILUS invece l'antenna è a 0.1 K e lo SQUID è a 0.2 K.

Il trasduttore scelto dal gruppo di Roma è un trasduttore capacitivo formato da un condensatore vibrante nel quale una delle due armature è costituita da una lamina che oscilla ad una frequenza pari (o molto vicina) a quella della barra. In tal modo si forma un sistema di due oscillatori accoppiati che danno luogo a due frequenze di risonanza, distanti pochi Hz, con un guadagno meccanico $(M/m)^{1/2}$.

In fig. 1 è dato lo schema dell'insieme barra-trasduttore-SQUID — sistema di acquisizione delle antenne del gruppo di Roma.

L'amplificatore da noi usato è uno SQUID, un magnetometro superconduttore che è, oggi, l'amplificatore più sensibile esistente, soprattutto alle basse frequenze. Quelli usati nelle nostre antenne sono fabbricati nell'Istituto di Elettronica dello Stato Solido del CNR.

La sensibilità è $\sim 10^{-31} \text{ J}/(\text{Hz})^{-1/2}$ e la T_n è stimata circa 10^{-6} K .

La grandezza che alla fine della catena elettronica viene acquisita è il valore dell'ampiezza della vibrazione della barra durante un breve intervallo di tempo che, tipicamente, può essere di circa 0.3 s (acquisizione lenta) oppure di qualche ms (acquisizione veloce). Nella ricerca di OG di breve durata come quelle dovute ad un collasso, che sono stimate essere dell'ordine del ms, in realtà la grandezza significativa è la differenza tra un campione e il successivo, chiamata «innovazione di energia». Nel calcolo di questi nuovi «dati» si possono applicare dei filtri che permettono di valutare in modo accurato il minimo valore dell'innovazione. Con un $\text{SNR} = 1$ si trova che il valore minimo dell'innovazione ΔE_{\min} permette di introdurre un parametro molto importante

$$(9) \quad T_{\text{eff}} = \Delta E_{\min} / k .$$

Nelle condizioni sperimentali più favorevoli si può mostrare che questa temperatura

15.10.96 17h 16m 48s – 16.10.96 4h 19m 12s
 $T(\text{noise}) = 7.2 \text{ mK}$

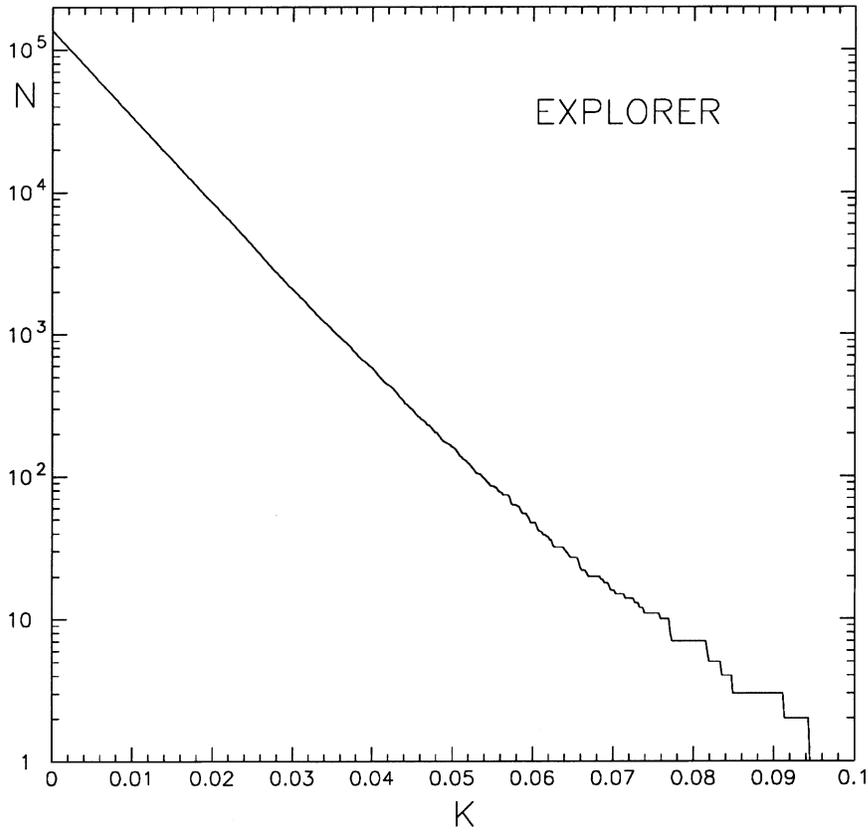


Fig. 2. – Distribuzione di segnali dell'antenna EXPLORER, al CERN di Ginevra. I segnali sono quelli delle «innovazioni», filtrati con un filtro derivato dalla teoria di Wiener-Kolmogorov. La distribuzione è con ottima approssimazione normale e dalla pendenza della retta si calcola la temperatura T_{eff} che in questo caso è minore di 7.2 mK.

efficace vale

$$(10) \quad T_{\text{eff}} = 2T_n,$$

da cui si vede come la scelta dell'amplificatore sia di estrema importanza, anche quando la (10) non sia pienamente soddisfatta.

Dalle (7) e (10) si vede che i parametri significativi sono:

T , Q , β e T_{eff} ; essi permettono di calcolare il minimo valore di h che può essere rivelato da un'antenna nelle migliori condizioni di funzionamento.

Per un'antenna criogenica di prima generazione i loro valori tipici sono: $T = 4.2 \text{ K}$, $Q = 10^6$, $\beta = 10^{-3}$, $T_{\text{eff}} = 10^{-2} \text{ K}$.

Per un segnale di durata $\sim 1 \text{ ms}$ si trova un valore $h \sim 10^{-18} - 10^{-19}$, una sensibilità che dovrebbe essere ampiamente sufficiente per vedere eventi galattici.

Quando nelle antenne ultracriogeniche si arriverà a valori $T = 100$ mK, $Q = 10^7$, $\beta = 10^{-2}$, $T_{\text{eff}} = 10^{-7}$ K, l'ampiezza minima di una OG rivelabile sarà $h \sim 10^{-21}$, che sono i segnali aspettati da supernovae del Virgo cluster.

In condizione di buon funzionamento, la distribuzione dei segnali deve essere una distribuzione di Boltzmann. Un esempio di questo tipo è mostrato in fig. 2 dove si vede un piccolo numero di campioni che deviano dalla retta della distribuzione, dovuti a disturbi meccanici od elettrici.

Proprio per poter eliminare questi disturbi locali e discriminare segnali che possono essere candidati ad eventi gravitazionali è necessario avere almeno due antenne in coincidenza, lontane a sufficienza per escludere la possibilità che entrambe risentano degli stessi disturbi. Le antenne attuali soddisfano a questa esigenza, in quanto le più vicine, attualmente in funzione sono quella di Frascati e quella del CERN, a circa 1000 km di distanza.

Analisi di coincidenze sono state fatte con i segnali delle antenne del CERN e della Louisiana, senza successo su un periodo di alcuni mesi.

Con l'entrata in misura delle antenne ultracriogeniche, NAUTILUS a Frascati e AURIGA a Legnaro inizierà un periodo di misure che confronteranno segnali ad una sensibilità mai raggiunta fin ora e che permetterà di esplorare una regione di universo molto più ampia della Galassia e dalla quale il tasso di eventi è molto maggiore di quello attualmente aspettato.