



ITALIAN NATIONAL RESEARCH COUNCIL  
"NELLO CARRARA" INSTITUTE FOR APPLIED PHYSICS  
CNR FLORENCE RESEARCH AREA  
Italy

---

**TECHNICAL, SCIENTIFIC AND RESEARCH REPORTS**

---

**Vol. 2 - n. 65-2 (2010)**

Alessio Baglioni

**Procedure per l'analisi automatica  
di misure LIDAR e  
per l'individuazione di nubi**

**CNR-IFAC-TR-03/010**

**ISSN 2035-5831**



**Consiglio Nazionale delle Ricerche**  
*Istituto di Fisica Applicata "Nello Carrara"*

VIA MADONNA DEL PIANO 10 - 50019 SESTO FIORENTINO - ITALIA

---

**CNR-IFAC-TR-03-010**

# **Procedure per l'analisi automatica di misure LIDAR e per l'individuazione di nubi**

**Alessio Baglioni**

**Commessa:**  
**TA.P06.002.002**

**8 marzo 2010**

# Indice

Indice	i
<b>1 <i>Processing</i> automatico del segnale LIDAR</b>	<b>1</b>
1.1 Sottrazione del rumore strumentale . . . . .	3
1.2 <i>Denoising</i> del segnale LIDAR con filtro <i>wavelet</i> . . . . .	5
1.3 Ricerca dell' <i>offset</i> del segnale . . . . .	6
1.4 Normalizzazione del <i>range corrected signal</i> . . . . .	11
1.5 Correzione del <i>backscatter</i> per l'estinzione in atmosfera . . . . .	19
1.6 Calcolo del coefficiente di estinzione . . . . .	24
<b>2 Individuazione automatica delle nubi</b>	<b>26</b>
Elenco delle figure	I
Bibliografia	II

# Introduzione

Nel capitolo 1 del seguente *report* sono descritte le tecniche adottate per il *processing* automatico di misure LIDAR. Le misure con le quali è stato possibile sviluppare il *software* sono state acquisite con il LIDAR installato presso l'IFAC-CNR (Sesto Fiorentino, (FI)).

Nel capitolo 2 sono descritte le tecniche di rilevazione automatica delle nubi. Il *software* sviluppato è in grado di individuare automaticamente le nubi da un insieme di misure LIDAR consecutive, utilizzando tecniche di *image processing*.

# Capitolo 1

## *Processing* automatico del segnale

### LIDAR

Il LIDAR installato presso l'IFAC-CNR di Sesto Fiorentino è un LIDAR a retro-diffusione elastica. Il segnale LIDAR, raccolto da un telescopio avente diametro di 10 cm, è diviso in due distinti canali:

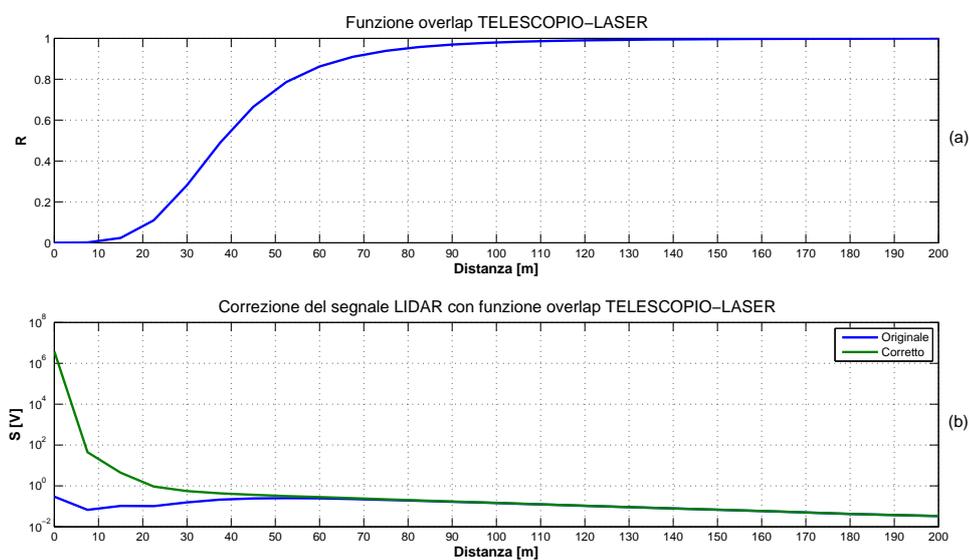
- Segnale a 532 nm con polarizzazione parallela a quella inviata;
- Segnale a 532 nm con polarizzazione perpendicolare a quella inviata.

Lo strumento è attivo 24 ore su 24 ed esegue misure ogni 5 minuti. Nella tabella 1.1 sono riportate alcune caratteristiche del LIDAR.

La prima procedura eseguita dal *software* è la correzione di entrambi i segnali acquisiti con una opportuna funzione di trasmissione che considera l'effettiva sovrapposizione del campo di vista del telescopio e del raggio LASER. La funzione di trasmissione è calcolata da una serie di parametri strumentali (ad esempio, diametro e focale del telescopio, diametro e semidivergenza del LASER) ed agisce solo su distanze molto brevi, dato che essa tende a 1 rapidamente. In figura 1.1a è riportato il rapporto di trasmissione calcolato in funzione della distanza ( $T(r)$ ), e nella figura 1.1b il risultato della divisione tra il segnale originalmente acquisito e  $T$ .

Laser	Quantel Brillant B
Telescopio	Refractive ( $\varnothing=10$ cm)
Canali	523 nm ( $\parallel$ e $\perp$ ), 1064 nm
Risoluz. spaziale	7.5 m
Range	50 $\div$ 14000 m
Risoluz. temp.	5 minuti

**Tabella 1.1:** Alcuni parametri del LIDAR installato presso l'IFAC-CNR.



**Figura 1.1:** a) Rapporto di trasmissione dovuto all'effettiva sovrapposizione telescopio-LASER; b) Correzione del segnale misurato per la funzione di trasmissione. La correzione è praticamente nulla già a distanze superiori ai 150 metri.

Una seconda correzione preliminare è la moltiplicazione del segnale a polarizzazione perpendicolare per il rapporto di calibrazione.

A questo punto l'elaborazione del segnale entra in una fase in cui si distinguono le seguenti operazioni:

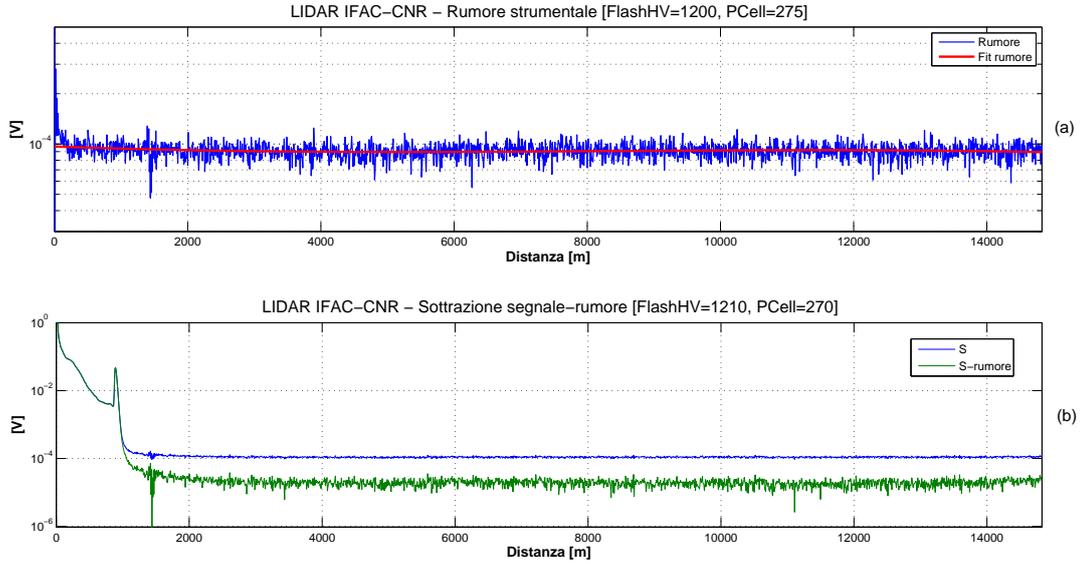
1. Sottrazione del rumore indotto dall'apparato strumentale;
2. Riduzione del rumore di misura mediante applicazione di un filtro *wavelet*;
3. Ricerca e sottrazione dell'*offset* del segnale;
4. Normalizzazione del *range corrected signal*;
5. Correzione del *backscatter* per l'estinzione in atmosfera;
6. Calcolo del coefficiente di estinzione.

Nei paragrafi che seguono sono illustrati dettagliatamente le singole operazioni.

## 1.1 Sottrazione del rumore strumentale

Ogni giorno sono eseguite una serie di misure per quantificare il rumore indotto dalla strumentazione, rumore che poi sarà sottratto alla misura LIDAR.

Ogni volta che è accesa la lampada del LASER, le elevate correnti circolanti nell'apparato strumentale generano un segnale, dipendente sia dalla tensione applicata alla lampada ( $HV_{noise}$ ) che dal ritardo di azionamento della *Pockels cell* ( $\Delta\tau_{noise}$ ), che va a sommarsi al segnale LIDAR. Per questo motivo, sono eseguite alcune misure (senza invio del raggio LASER in atmosfera) per diverse coppie di valori di  $HV_{noise}$  e  $\Delta\tau_{noise}$  per quantificare il segnale di rumore indotto. Il rumore misurato dal rivelatore è poi fittato con un polinomio di III° grado. Nella figura 1.2a è riportato un esempio di misura del rumore e del *fit* ottenuto.



**Figura 1.2:** a) Rumore strumentale e calcolo del fit polinomiale di III° grado; b) sottrazione segnale-rumore.

In ogni misura LIDAR si registrano i valori di tensione e di tempo di ritardo ( $HV_{measure}$  e  $\Delta\tau_{measure}$ ), in modo da poter sottrarre il rumore più vicino alle condizioni di misura; la scelta del rumore da sottrarre avviene minimizzando la seguente espressione:

$$F(HV, \Delta\tau) = (HV_{noise} - HV_{measure})^2 + (\Delta\tau_{noise} - \Delta\tau_{measure})^2$$

Nella figura 1.2b è riportato un esempio di sottrazione segnale-rumore. Come si può vedere dalla didascalia, al momento della misura era  $HV_{measure} = 1210V$  e  $\Delta\tau_{measure} = 270\mu s$ , mentre il rumore strumentale sottratto è stato ottenuto con  $HV_{noise} = 1200V$  e  $\Delta\tau_{noise} = 275\mu s$ .

## 1.2 *Denoising* del segnale LIDAR con filtro *wavelet*

Per ridurre il rumore di misura è applicato un filtro *wavelet*. La scelta del filtro è stata preceduta da una serie di *test* per appurare che il *denoising* non provochi significative modifiche alla forma del segnale, ma unicamente un miglioramento del rapporto segnale-rumore.

L'analisi *wavelet* è una tecnica di decomposizione di un segnale caratterizzata dall'avere un *windowing* a dimensione variabile, aspetto che le consente l'utilizzo di intervalli grandi per una maggiore informazione a bassa frequenza e intervalli piccoli per le alte frequenze [1]. Uno dei maggiori vantaggi di questa tecnica è l'abilità di eseguire analisi locali, ovvero l'analisi di un'area ristretta di un segnale molto più grande.

L'analisi *wavelet* è in grado di conservare le caratteristiche di un segnale ed è un ottimo strumento di riduzione del rumore di misura. Per questo motivo, l'analisi *wavelet* ben si addice alla riduzione di un segnale LIDAR, caratterizzato da grosse discontinuità in caso di presenza di nubi.

### Wavelet scelta e comandi di MATLAB

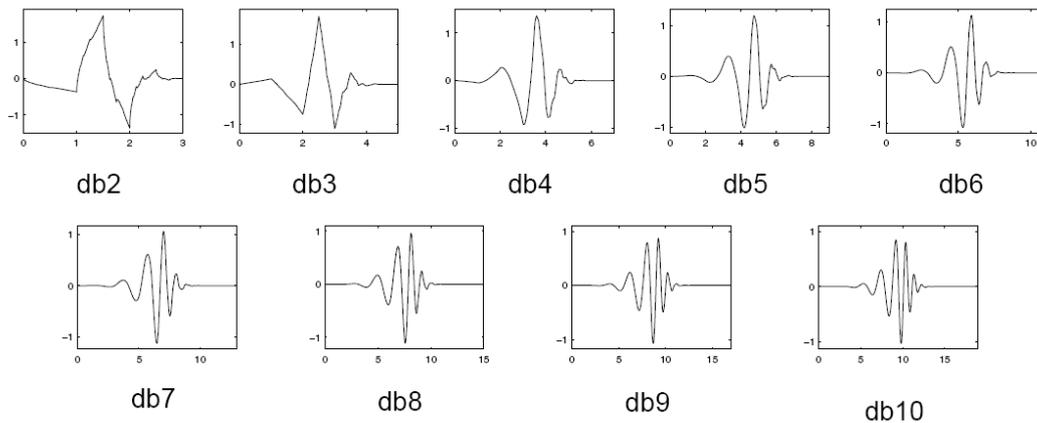
La *wavelet* scelta per ridurre il rumore di misura LIDAR è una Daubechies, utilizzabile in MATLAB con il comando *dbN*, dove *N* sta ad indicare l'ordine della Daubechies. In figura 1.3 sono mostrate le Daubechies dal secondo al decimo ordine. La maggior parte delle Daubechies non sono simmetriche, e per alcune l'asimmetria è molto pronunciata. La regolarità aumenta con l'ordine.

I comandi di MATLAB utilizzati per filtrare il segnale LIDAR ( $S_{orig}$ ) sono i seguenti:

$$[C_{th}, L_{th}] = \text{wavedec}(S_{orig}, 3, 'db2')$$

$$[\text{thr}, \text{sorh}, \text{keepapp}] = \text{ddencmp}('den', 'wv', S_{orig})$$

$$S_{filtered} = \text{wdencmp}('gbl', C_{th}, L_{th}, db2, 3, \text{thr}, \text{sorh}, \text{keepapp})$$



**Figura 1.3:** Wavelet Daubechies dal secondo al decimo ordine [1].

dove nel primo passaggio avviene la decomposizione del segnale con una Daubechies del II° ordine fino al livello 3, nel secondo sono calcolati alcuni parametri per eseguire il *denoising*, e con il terzo si ottiene il segnale filtrato.

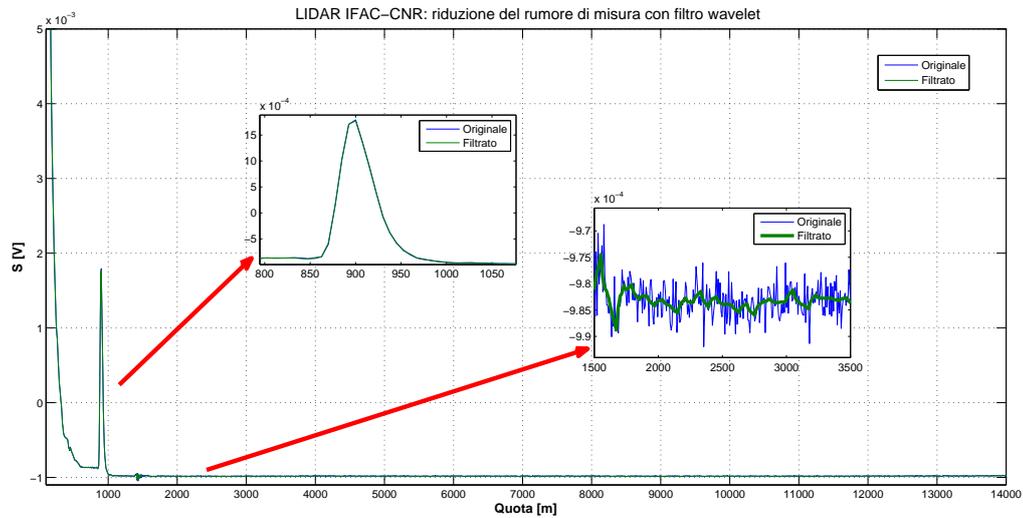
Nella figura 1.4 è riportato un esempio di applicazione del filtro *wavelet* su un segnale LIDAR<sup>1</sup>. Si ottiene una riduzione del rumore là dove il segnale è debole (zoom a 2-3000 m), pur conservando la forma del segnale (si veda anche lo zoom a 900 m di quota

### 1.3 Ricerca dell'*offset* del segnale

Questa terza fase è dedicata all'individuazione dell'*offset* del segnale LIDAR, dovuto in parte ad un contributo aggiunto per impedire che il segnale in ingresso al sistema di acquisizione sia negativo, e in parte ad un contributo dell'atmosfera. Essendo l'*offset* complessivo variabile, è necessario calcolarlo per ogni singola misura.

Il *software* si occupa inizialmente di trovare l'*offset* per il segnale con polarizzazione parallela. Si distinguono due importanti casi:

<sup>1</sup>Il segnale è in funzione della quota e non della distanza strumento-bersaglio, avendo sommato la quota alla quale si trova il LIDAR di Sesto Fiorentino (50 m s.l.m). Anche in seguito, per una maggiore praticità, sull'asse delle ascisse sarà riportata la quota effettiva.



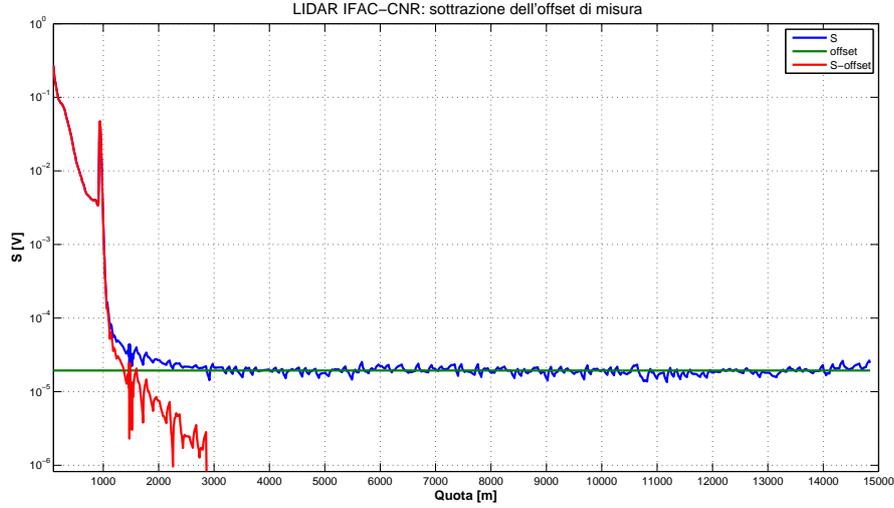
**Figura 1.4:** Esempio di filtro *wavelet* applicato al segnale LIDAR. Il filtro utilizzato è una Daubechies del II° ordine fino al livello 3.

1. Il primo, quando il segnale da una certa quota in su è estinto; in questo caso il segnale inizierà ad essere distribuito casualmente attorno ad un certo valore costante (l'*offset* da trovare), come si può vedere nell'esempio riportato in figura 1.5 (linea di colore blu). Il programma esegue una scansione dell'intero segnale, trovando, per finestre di 300 metri di quota, i valori medi delle singole porzione di segnale analizzate. Viene costruito un istogramma dei logaritmi delle medie ottenute (figura 1.6): l'*offset* cercato è dato dal valore avente più conteggi.

Nella figura 1.5 con la linea di colore verde è stato tracciato l'*offset* trovato.

2. Un secondo caso si ha quando il segnale è ancora presente a tutte le quote<sup>2</sup>. In questa ipotesi, sapendo che il segnale LIDAR ha andamento del tipo  $S(r) \sim$

<sup>2</sup>Nel corso del 2009 sono state apportati importanti miglioramenti al LIDAR di Sesto Fiorentino. Oltre alla sostituzione della lampada del LASER, è stato installato anche un secondo telescopio, più grande di quello già presente, ottenendo quindi un segnale ben presente anche a quote molto alte; inoltre, la scheda di acquisizione è ora in grado di registrare segnali oltre i 30 km, rispetto agli attuali 15. Nel caso di atmosfera particolarmente pulita è quindi possibile che il segnale non si sia estinto, per cui la procedura illustrata nel punto 1 non può essere applicata.



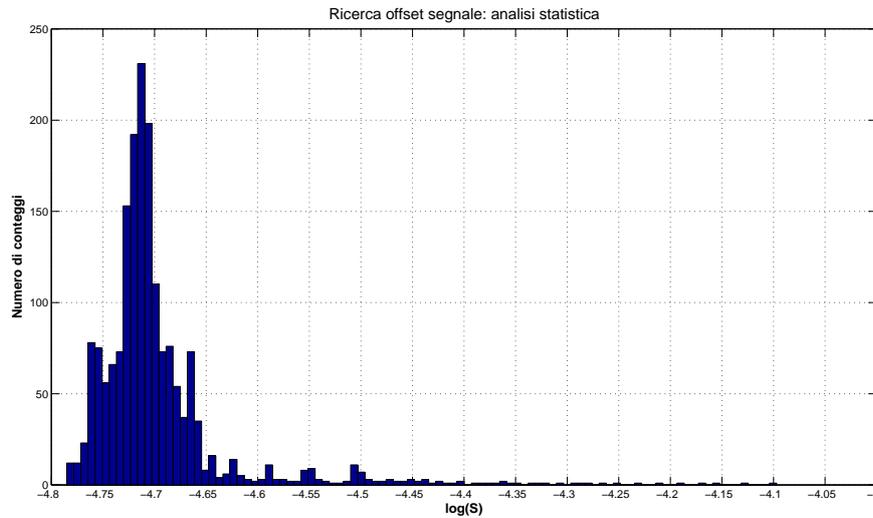
**Figura 1.5:** Individuazione dell'*offset* del segnale e successiva sottrazione segnale-*offset*.

$e^{-r}/r^2$  (con  $r$  distanza tra sorgente e bersaglio), ovvero  $S(r) \rightarrow 0$  per  $r \rightarrow \infty$ , l'*offset* sarà dato dall'asintoto a cui tende il segnale per  $r \rightarrow \infty$ . La procedura responsabile di questa analisi è ancora in una fase di *test*.

Nel caso 1, una volta trovato l'*offset*, viene individuato il primo intervallo  $S(z_i) \leq S(z) \leq S(z_i + 300 \text{ m})$  avente media inferiore all'*offset*. Indicando con  $z_I$  il punto intermedio di questo intervallo, viene cercato il primo punto (sia  $z_o$  la sua quota e  $r_o$  il corrispondente *range*) nella porzione  $z_I - 500 \text{ m} \leq z \leq z_I$  avente  $S < S_o$ . Una volta eseguita la sottrazione  $S(z) - S_o$ , è posto  $S(z \geq z_o) = 0$  (da  $z_o$  in su, infatti, il segnale è da considerarsi estinto!).  $z_o$  sarà da qui in poi considerata come la quota massima utile del segnale LIDAR<sup>3</sup>.

Tuttavia, potrebbe anche essere possibile che originariamente (prima della sottrazione dell'*offset* e aver imposto  $S(z \geq z_o) = 0$ ), per quote superiori a  $z_o$  il segnale

<sup>3</sup>La scelta di limitare la ricerca di  $z_o$  in un intervallo sottostante a  $z_I$  e di non estendere la ricerca a tutte le quote inferiori a  $z_I$  deriva dal fatto che, sporadicamente, le fluttuazioni di  $S$  dovute al rumore di misura potevano dar luogo a isolati punti inferiori a  $S_o$  a quote molto inferiori a  $z_I$ , ottenendo quindi un troncamento del segnale troppo anticipato.



**Figura 1.6:** Analisi statistica per la ricerca dell'*offset* del segnale.

possedesse uno o più picchi dovuti alla presenza di nubi. Per questo motivo, è eseguita la seguente *routine* di controllo responsabile del ripristino di alcuni picchi del segnale:

- i) Viene trovato un fit polinomiale di II° grado di  $S(r) \cdot r^2$  per  $z \geq z_o$ , vincolando il primo punto del fit a  $S_{fit}(r_o) \cdot r_o^2 = S_o \cdot r_o^2$ .
- ii) Viene calcolato, sempre per  $z \geq z_o$ , il rapporto  $R(r) = S(r)/S_{fit}(r)$  e individuati eventuali elementi aventi  $R > 3$ . Se non ci sono elementi, o comunque il loro numero è inferiore a 10, allora viene esclusa la possibilità che ci sia una nube per  $z \geq z_o$  (il limite fissato a 10 sta a significare che se il numero di elementi è esiguo, è possibile che si tratti di normali fluttuazioni del segnale attorno a  $S_o$  dovuti unicamente al rumore). Se invece sono individuati almeno 10 elementi aventi  $R > 3$ , il segnale in questi punti non sarà posto uguale a zero, ma sarà ripristinato l'originale valore  $S(r)$  e sottratto l'*offset*  $S_o$  già trovato. Inoltre, sono recuperati anche tutti quei punti adiacenti ad essi aventi  $S > S_o$  (altrimenti sarebbe recuperata solo la parte della nube avente valori di  $S$  prossimi al massimo, per cui la possibile nube risulterebbe troncata).

Se la procedura al passo ii) ha dato esito positivo, il segnale risultante per  $z \geq z_o$  non sarà dunque interamente nullo, ma caratterizzato da isolati picchi. In seguito (si veda il paragrafo 1.5 a pagina 21) una *routine* verificherà se il segnale ripristinato è effettivamente considerabile come nube. In ogni caso, non sarà possibile determinare con certezza la base ed il *top* di queste possibili nubi, in quanto il segnale LIDAR che spunta potrebbe essere solo una porzione della nube reale. Per questo motivo, il segnale ripristinato sopra  $z_o$  è sempre etichettato come incerto, in modo che per ogni successiva analisi possano essere fatte le dovute considerazioni.

Nell'esempio di figura 1.5 con la linea rossa è stato tracciato il risultato della sottrazione segnale-*offset*. Come si può osservare, oltre  $z_o$  (situato poco sotto 3000 m di quota) il segnale è stato annullato e nessuna possibile nube è stata individuata a quote maggiori di  $z_o$ .

Per il segnale con polarizzazione perpendicolare la procedura è identica, con l'unica accortezza di verificare che il suo  $z_o$  non risulti essere maggiore di quello del segnale a polarizzazione parallela; infatti, essendo quest'ultimo sempre di intensità maggiore, là dove esso risulta estinto lo sarà certamente anche quello a polarizzazione perpendicolare.

Il segnale, giunto a questa fase, è espresso in Volt. Il prossimo obiettivo è di far sì che il *range corrected signal* ( $\beta_{raw}$ ), ovvero il prodotto tra il segnale LIDAR ed il quadrato della distanza

$$\beta_{raw} = S \cdot r^2$$

sia espresso in unità  $1/(\text{m sr})$ , ottenendo il cosiddetto *backscatter* normalizzato ( $\beta_0$ ).

In figura 1.7 è mostrato un *set* di 288 misure acquisite nel corso di una giornata. Sull'asse delle ascisse è riportata l'ora di misura, sull'asse delle ordinate la quota in scala logaritmica, ed in falsi colori i valori di  $\beta_{raw}$ .

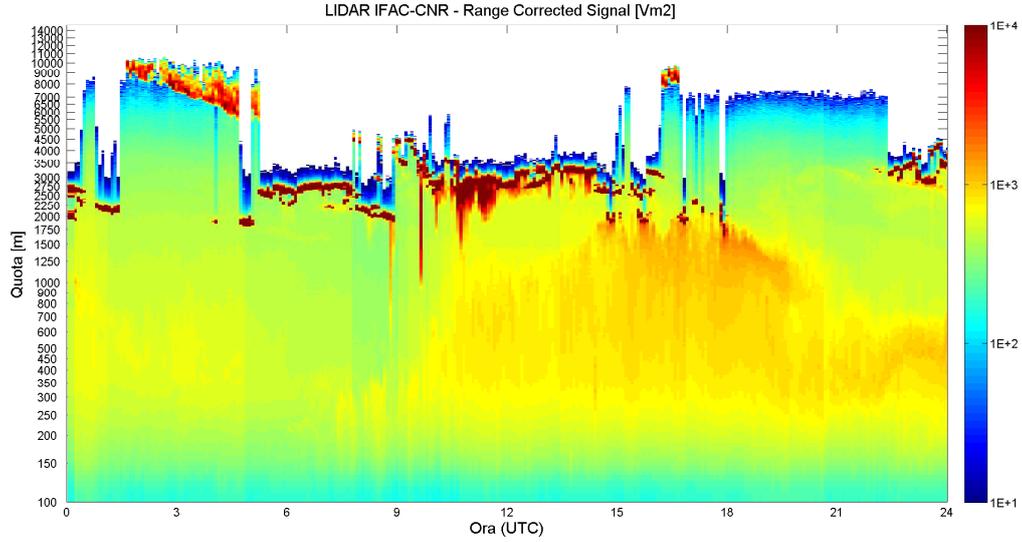


Figura 1.7: *Range corrected signal* acquisito in un'intera giornata di misure.

## 1.4 Normalizzazione del *range corrected signal*

Per eseguire la normalizzazione di  $\beta_{raw}$  ci viene incontro la teoria, in grado di esprimere analiticamente il *backscatter* ( $\beta_M$ ) associato all'interazione tra un'onda elettromagnetica di lunghezza d'onda  $\lambda$  (con  $\lambda \gg a$ , dove  $a$  è la dimensione lineare del bersaglio) ed una miscela di gas, situazione che, in una misura LIDAR, si avrà quando il raggio LASER è diffuso da atmosfera pulita, ovvero composta dalle sole molecole dell'aria (senza perciò presenza di aerosol, polveri, nebbie o nubi).

La formula (di Rayleigh) che esprime  $\beta_M$  è la seguente:

$$\beta_M(p, T) = \frac{\pi(n^2 - 1)^2}{N\lambda^4} \quad (1.1)$$

in cui  $n$  è l'indice di rifrazione del gas ed  $N$  il suo numero di particelle per unità di volume.  $N$  dipende dalla temperatura ( $T$ ) e dalla pressione ( $p$ ) del gas, mentre  $n$  dipende anche da  $\lambda$ .

L'equazione 1.1 può essere riscritta utilizzando la seguente relazione [2]:

$$\frac{(n^2 - 1)^2}{N} = \frac{(n_s^2 - 1)^2}{N_s} \frac{N}{N_s} \quad (1.2)$$

in cui  $n_s$  e  $N_s$  sono rispettivamente l'indice di rifrazione del gas (aria, nel nostro caso) e il numero di particelle per unità di volume alle condizioni *standard* ( $T = +15^\circ\text{C}$ ,  $p = 101325\text{ Pa}$ ).  $n_s$  è legato a  $\lambda$  dalla seguente relazione [3]:

$$n_s = 1 + 0.0472326 \left( 173.3 - \frac{1}{\lambda^2} \right)$$

con  $\lambda$  da esprimersi in  $\mu\text{m}$ . Per il LIDAR in nostro uso, essendo  $\lambda = 0.532\mu\text{m}$  si ottiene:

$$n_s = 1.0002782$$

Per  $N$  e  $N_s$  vale invece la legge dei gas perfetti:

$$N(p, T) = \frac{p N_A}{RT} \quad (1.3)$$

dove  $N_A = 6.02214 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  è il numero di Avogadro e  $R = 8.314472 \text{ m}^3\text{PaK}^{-1}\text{mol}^{-1}$  è la costante universale dei gas. Inserendo nell'equazione 1.3 i valori di  $T$  e  $p$  alle condizioni *standard* si ottiene:

$$N_s = 2.54743 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

La formula di Rayleigh 1.1, trovati i valori di  $n_s$  e  $N_s$ , e sfruttando la relazione 1.2, diventa:

$$\beta_M(p, T) = \pi(n_s^2 - 1)^2 \frac{N(p, T)}{N_s^2} \frac{1}{\lambda^4} \quad (1.4)$$

Per il calcolo di  $\beta_M$  è quindi necessario disporre di profili verticali di pressione e temperatura per ottenere  $N$ . Per questo motivo, parallelamente allo sviluppo del *software* di analisi dei dati LIDAR, è stato realizzato un secondo programma responsabile del *download* quotidiano di dati meteo. L'NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*), istituto statunitense facente parte del NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*), mette a disposizione 4 profili verticali al giorno in cui sono riportati, in funzione della quota, una serie di grandezze, tra cui la temperatura e la

pressione<sup>4</sup>. Per prevenire eventuali irraggiungibilità di questi dati, viene eseguito anche il *download* del più vicino radiosondaggio (nel caso del LIDAR di Sesto Fiorentino è quello di S. Pietro Capofiume, in provincia di Bologna).

Con opportuni algoritmi, che saranno ora descritti, il programma è in grado di individuare zone dove non sono presenti aerosol e/o nubi, e scegliere quindi la quota dove calcolare il rapporto tra  $\beta_M$  e  $\beta_{raw}$ . La normalizzazione di  $\beta_{raw}$  è quindi eseguita moltiplicando l'intero profilo per il rapporto di normalizzazione trovato. Per ciascuna misura la normalizzazione avverrà utilizzando il profilo di  $\beta_M$  relativo al punto di coordinate spaziali 43.5N-11.0E e temporalmente più vicino all'istante in cui è stata acquisita la misura LIDAR.

Come avvenuto per la ricerca dell'*offset*, il programma in un primo momento si occupa del solo segnale a polarizzazione parallela. Ecco il procedimento passo-passo di normalizzazione di  $\beta_{raw}$ :

1. Viene letta la quota  $z_o$  associata al calcolo dell'*offset* e verificato che il valore di  $z_o$  sia sufficientemente alto da poter eseguire una scansione di  $\beta_{raw}$  in un intervallo di quote comprese tra  $z_1=z_o-2500$  m e  $z_2=z_o-500$  m e che  $z_1$  sia superiore a 1800 m. Si vuole cioè verificare che sia possibile ricercare la quota di normalizzazione in un intervallo complessivo di 2000 m, mantendosi ad una distanza minima di 500 metri da  $z_o$  (in modo da non avvicinarsi troppo ad una zona del segnale LIDAR prossima alla zero) e fissando la quota minima di normalizzazione a 1800 m. Se  $z_o$  è superiore a 5500 metri, si è scelto di eseguire la scansione di  $\beta_{raw}$  tra 3000 e 5000 m.

La scelta di limitare le quote scansione nasce con l'intento di ridurre i tempi di elaborazione complessivi, di evitare quote troppo basse dove è altamente proba-

---

<sup>4</sup>In particolare, si tratta di un *grid* di tutto il mondo con risoluzione orizzontale di  $0.5^\circ$ , sia in latitudine che in longitudine, e costituito da 26 livelli verticali, dal suolo fino a 10 hPa, ovvero fino ad una quota di circa 30 km. I 4 profili sono misurati alle ore 0, 6, 12 e 18 UTC.

bile l'assenza di atmosfera pulita o di quote troppo alte dove il segnale possa avere un basso rapporto segnale-rumore.

Se  $z_o$  è inferiore a 4300 m, i requisiti elencati prima non sono soddisfatti, e per questo motivo la scansione di  $\beta_{raw}$  avviene tra 1800 m e  $z_o - 250$ m (la distanza da  $z_o$  è ridotta, pur mantenendosi comunque a debita distanza, per non limitare troppo l'intervallo di quote disponibili per la scansione). Nel caso in cui il segnale LIDAR risulti particolarmente debole, o l'atmosfera dia luogo a forti attenuazioni del segnale (attraversamento di nubi dense), allora  $z_o$  potrebbe risultare molto basso, a volte persino inferiore alla quota minima di normalizzazione fissata a 1800 m. In questi casi la procedura di normalizzazione di  $\beta_{raw}$  segue un *iter* diverso che sarà illustrato in seguito in questo paragrafo.

L'analisi di  $\beta_{raw}$  consiste in una scansione per porzioni di 400 m a partire da  $z_1$  fino ad arrivare a  $z_2$ , per ciascuna delle quali viene trovato il *fit* lineare di  $\log(\beta_{raw})$  e calcolato il seguente coefficiente numerico:

$$HQ = \frac{10^{-16}}{\Delta m |m - m_{mol}|} \quad (1.5)$$

in cui  $m$  è il coefficiente angolare del *fit*,  $\Delta m$  è l'errore del *fit* e  $m_{mol}$  è il coefficiente angolare del *fit* lineare di  $\log(\beta_M)$  per la stesso intervallo di quota di  $\beta_{raw}$  analizzato.  $HQ$  è un coefficiente che risulterà alto per porzioni di  $\beta_{raw}$  non rumorose e aventi un andamento simile a quello di  $\beta_M$ , per cui la porzione dove sarà eseguita la normalizzazione è quella avente l' $HQ$  maggiore ( $HQ_{best}$ ).

Con numerosi *test* si è osservato che sporadicamente alti valori di  $HQ$  si possono ottenere anche quando in realtà l'atmosfera contiene aerosol o polveri. Per questo motivo il calcolo di  $HQ$  non viene eseguito quando la porzione di segnale analizzata non supera 3 *check* di controllo. Il primo dei *check* da superare è che la depolarizzazione, ossia il rapporto tra il segnale del canale perpendicolare e quello parallelo

$$\delta(z) = \frac{S_{\perp}(z)}{S_{\parallel}(z)}$$

all'interno della porzione analizzata non sia mai superiore al 7%, dato che per valori superiori non si avrà mai un'atmosfera molecolare.

Il secondo *check* è che  $m$  non sia positivo. Può succedere, infatti, che  $HQ$  risulti molto alto a causa di un valore di  $\Delta m$  particolarmente basso.  $m > 0$  non è però accettabile, dato che  $\beta_{raw}$  in una zona di atmosfera pulita ha andamento decrescente.

Il terzo *check* trova il *fit* lineare di  $\log(\beta_{raw})$  in una porzione di segnale immediatamente sotto a quella analizzata (per una quota complessiva di 500 m) e verifica che il coefficiente angolare risultante non sia maggiore di quello associato al *fit* di  $\beta_M$  nello stesso intervallo di quote.

Se anche uno solo dei tre *check* non viene superato, si attribuisce automaticamente alla porzione di segnale un  $HQ$  negativo (in particolare è posto uguale a  $-1000$ ), escludendo quindi che la normalizzazione possa avvenire nella porzione considerata<sup>5</sup>.

2. A questo punto si distinguono 2 casi:

- i - Se  $HQ_{best}$  è superiore ad un valore minimo di soglia (fissato a 100), allora si procede con la normalizzazione trovando il rapporto di normalizzazione seguente:

$$k_0 = \frac{\beta_{fit}(z_0)}{\beta_M(z_0)} \quad (1.6)$$

dove  $z_0$  è il punto intermedio dell'intervallo dal quale si è ottenuto  $HQ_{best}$ ,  $\beta_{fit}(z_0)$  il valore del *fit* di  $\beta_{raw}$  in  $z_0$ , e  $\beta_M(z_0)$  il valore di  $\beta_M$  in  $z_0$ .

- ii - Se  $HQ_{best}$  è inferiore al valore minimo di soglia, non è stata trovata una porzione del segnale riconducibile ad atmosfera molecolare. In questo caso viene eseguita una nuova scansione, sempre per porzioni di segnale di 400 m, e viene scelto come intervallo dove normalizzare quello avente il valore medio

---

<sup>5</sup>L'espressione 1.5 dà sempre valori positivi!

di  $\beta_{raw}$  ( $\bar{\beta}_{raw}$ ) più basso. La scansione di  $\beta_{raw}$  parte da  $z_1 = 1500\text{m}$  e finisce a  $z_2 = z_o - 500\text{m}$ . Analogamente al caso i), il coefficiente di normalizzazione sarà dato da:

$$k_0 = \frac{\min(\bar{\beta}_{raw})}{\beta_M(z_0)} \quad (1.7)$$

dove  $z_0$  è ancora il punto intermedio dell'intervallo selezionato.

Ogni volta che non è possibile individuare una porzione di segnale avente  $HQ$  superiore a 100, la normalizzazione viene etichettata come inattendibile, aspetto che in tutte le analisi successive sarà preso in considerazione.

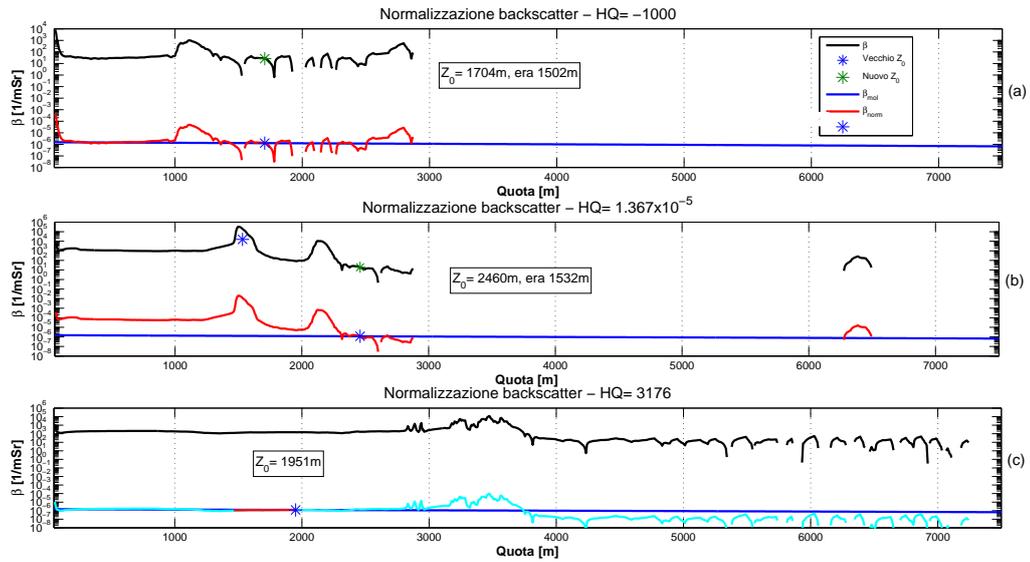
La procedura di normalizzazione di  $\beta_{raw}$  attraverso la ricerca del minimo  $\bar{\beta}_{raw}$  è utilizzata immediatamente, senza ricorrere al calcolo di  $HQ$ , ogni volta che  $z_o$  è talmente basso da dare una quota massima di normalizzazione inferiore a 2500 m.

3. Il *backscatter* normalizzato ( $\beta_0$ ), indipendentemente dai casi i) o ii) utilizzati al punto 2 è ottenuto da:

$$\beta_0 = \frac{\beta_{raw}}{k_0} \quad (1.8)$$

Nella figura 1.8 sono riportati tre esempi di normalizzazione che non hanno superato tutti i *check* di controllo, motivo per il quale saranno etichettate come non attendibili. Nel primo caso  $HQ_{best}$  è uguale a -1000, segno che nessuna porzione di  $\beta_{raw}$  ha superato tutti e 3 *check* preliminari. Nel caso in figura ciò è dovuto al fatto che non è stato possibile calcolare il valore di depolarizzazione, in quanto il segnale con polarizzazione perpendicolare si è estinto poco sopra la nube presente tra 1000 e 1500 m circa. Il *software* ha quindi normalizzato cercando l'intervallo avente  $\bar{\beta}$  più basso (procedura 2-ii).

Nell'esempio 1.8b, sono stati trovate porzioni di  $\beta_{raw}$  che hanno superato i 3 *check*, ma  $HQ_{best}$  è inferiore alla soglia minima. Anche in questo caso si è quindi normalizzato secondo la procedura 2-ii.



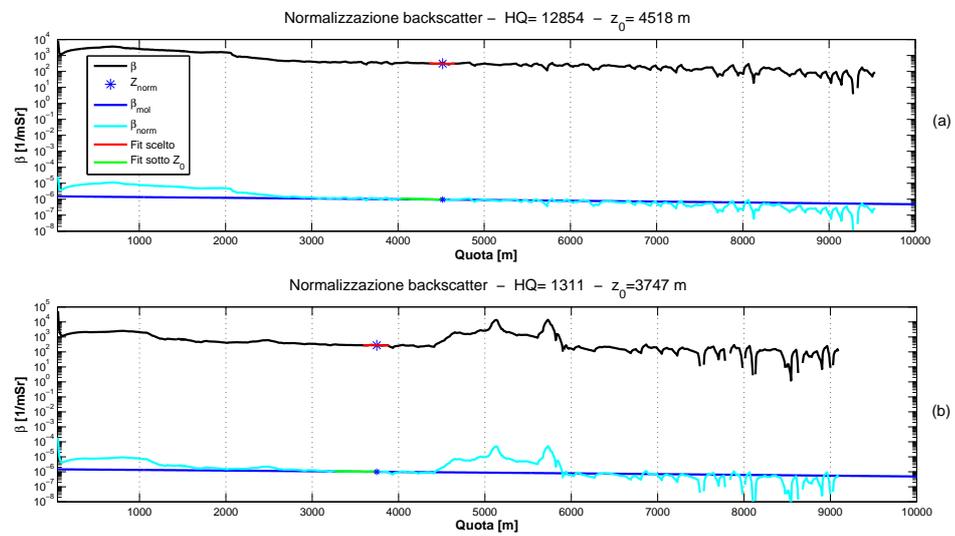
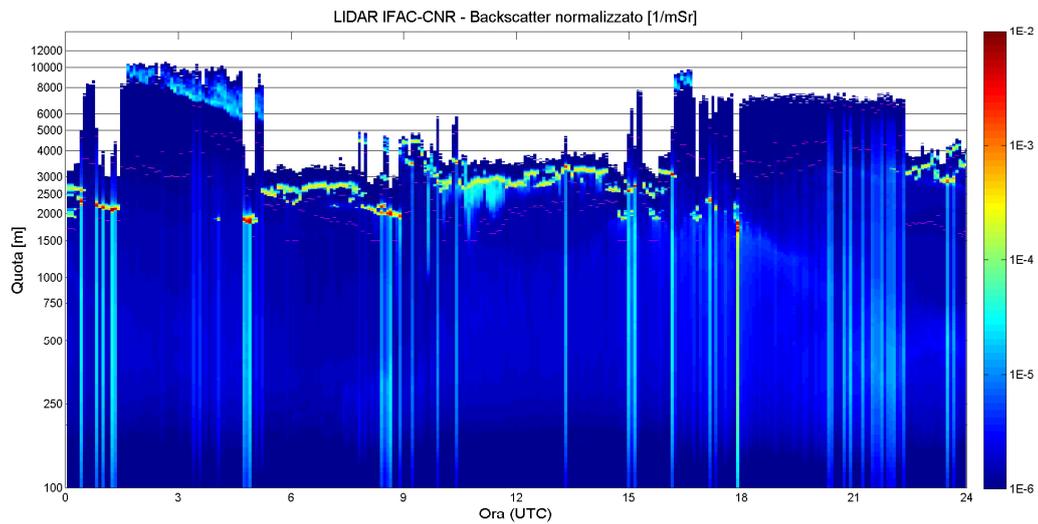
**Figura 1.8:** Esempi di normalizzazione di  $\beta_{raw}$ : in tutti e 3 i casi la normalizzazione è etichettata come non attendibile.

Il terzo caso, invece, ha un  $HQ_{best}$  superiore alla soglia minima, ma non ha superato il *check* sullo studio della pendenza sotto a  $z_0$ .

Nella figura 1.9 sono invece riportati due esempi di normalizzazione avvenuta con successo ( $HQ_{best}$  oltre soglia minima). Nel secondo caso si può notare, al di sopra della quota di normalizzazione (3747 m), la presenza di una nube molto spessa estesa tra i 4500 e i 6000 metri circa. Al di sopra della nube il segnale è ancora presente, ma in quella zona non viene eseguita l'analisi perché è superiore alla quota massima di normalizzazione. Anche ponendo una quota massima di normalizzazione maggiore, il *software* avrebbe comunque scartato la possibilità di normalizzare sopra la nube, dato che il peggior rapporto segnale-rumore avrebbe certamente dato luogo a  $HQ$  inferiori rispetto a quelli riscontrabili sotto la nube.

In figura 1.10 è riportato il risultato della normalizzazione di  $\beta_{raw}$ , ancora una volta in falsi colori, con unità di misura in  $1/(m\ Sr)$ . Le linee orizzontali di color magenta indicano la quota di normalizzazione di ciascuna misura.

Per quanto riguarda il canale a polarizzazione perpendicolare, ciascun segnale è mol-

Figura 1.9: Esempi di buona normalizzazione di  $\beta_{raw}$ .Figura 1.10: Normalizzazione del *backscatter*: intera giornata di misure.

tiplicato per lo stesso fattore di normalizzazione trovato per il canale a polarizzazione parallela.

## 1.5 Correzione del *backscatter* per l'estinzione in atmosfera

Giunti a questo punto,  $\beta_0$  deve essere corretto per l'estinzione in atmosfera. Qui si distinguono due diverse procedure:

- Correzione per  $z \leq z_0$
- Correzione per  $z > z_0$

### Correzione di $\beta_0$ per $z \leq z_0$

Innanzitutto è costruito il profilo di LIDAR *ratio* ( $C(z)$ , rapporto tra coefficiente di estinzione, che in seguito indicheremo con  $\sigma$ , e *backscatter*), in base ai valori puntuali di depolarizzazione, ponendo:

$$C(z) = \begin{cases} 30 & \text{se } \delta(z) \geq 15 \\ 20 & \text{se } \delta(z) < 15 \end{cases}$$

Ottenuto  $C$ , il *software* esegue le seguenti operazioni:

1. Calcolo di:

$$\beta_1(z) = \beta_0(z) \cdot \exp\left(2 \int_{z_0}^z [C(z) \cdot (\beta_0(z) - \beta_M(z)) + C_M \cdot \beta_M(z)] dz\right)$$

con  $C_M = 8\pi/3$  valore del LIDAR ratio dell'atmosfera molecolare.

Prima di passare allo *step* successivo, un *check* controlla il valore dell'integrale definito tra  $z_0$  e  $z_G$  (la quota minima della misura LIDAR), dato che per problemi di divergenza nei calcoli successivi, esso non deve superare un valore di soglia massimo (fissato a uguale a 1). Se il *check* non viene superato con successo,

il programma elimina gli elementi a quote più basse, fino alla quota  $z_1$  dove il risultante valore dell'integrale è inferiore a 1. A questo punto sarà possibile proseguire le operazioni, limitando ogni calcolo nell'intervallo  $z_1 < z < z_0$ . Più avanti saranno illustrate le operazioni per la porzione di  $\beta_0$  compresa tra  $z_G$  e  $z_1$  che è stata temporaneamente scartata.

2. Calcolo di:

$$\beta_2(z) = \beta_1(z) \cdot \exp\left(2 \int_{z_0}^z C(z) \cdot [\beta_1(z) - \beta_0(z)] dz\right)$$

3. Inizia la seguente iterazione [4]:

$$\beta_n(z) = \beta_{n-1}(z) \cdot \exp\left(2 \int_{z_0}^z C(z) \cdot [\beta_{n-1}(z) - \beta_{n-2}(z)] dz\right)$$

L'iterazione è arrestata quando l'integrale cumulato in  $z_G$  (o in  $z_1$ ) è inferiore a  $10^{-5}$ . In ogni caso il numero di iterazioni massime concesse è pari a 30.

Nel caso in cui al punto 1 fosse stato necessario restringere le operazioni all'intervallo  $z_1 < z < z_0$ , per procedere alla correzione di  $\beta_0$  nelle quote temporaneamente non considerate si sfrutta subito il risultato della correzione di  $\beta_0$  eseguita tra  $z_1$  e  $z_0$ . Infatti, affinché sia garantita la continuità in  $z_1$ , si divide il profilo di  $\beta_0$  tra  $z_G$  e  $z_1$  per il seguente rapporto di normalizzazione:

$$\beta = \frac{\beta_0}{k_0} \quad \text{per} \quad z_G \leq z \leq z_1$$

dove

$$k_0 = \frac{\beta_0(z = z_1)}{\beta(z = z_1)}$$

avendo indicato con  $\beta$  il *backscatter* normalizzato e corretto per l'estinzione. Il risultato finale di  $\beta$  per quote comprese tra  $z_G$  e  $z_1$  è poi ottenuto con lo stesso processo iterativo visto in precedenza. Potrebbe comunque succedere che anche l'integrale tra  $z_1$  e  $z_G$  sia oltre soglia; in questo caso viene trovato un nuovo punto  $z_2$  per cui l'integrale tra  $z_1$  e  $z_2$  sia inferiore alla soglia, spezzando nuovamente la correzione in altri due distinti intervalli. A seconda dei casi, potrebbe essere necessario eseguire la correzione di  $\beta_0$  dividendo il calcolo per molteplici intervalli.

**Correzione di  $\beta_0$  per  $z > z_0$** 

Il programma per prima cosa ricerca possibili nubi presenti sopra la quota di normalizzazione, analizzando il rapporto  $R = \beta_0/\beta_M$ : se almeno 15 punti consecutivi hanno  $R > 2$ , allora essi sono riconducibili ad un picco di segnale dovuto ad una nube.

Nel caso in cui sia stata individuata una o più nubi, il programma ricerca una zona a quote superiori alla prima nube dove è presente atmosfera pulita, eseguendo un'analisi di porzioni di 400 m di  $\beta_0$  e ricavando per ciascuno di esse il coefficiente  $HQ$ , esattamente a come visto per la normalizzazione di  $\beta_{raw}$  (paragrafo 1.4). L'analisi di  $\beta_0$  è eseguita a quote immediatamente sopra la prima nube fino alla fine del segnale. Si distinguono due situazioni:

1.  $HQ_{best} > HQ_{min}$  - Anche questa volta l'atmosfera pulita è individuata solo se  $HQ_{best}$  è superiore al valore minimo di soglia. In questo caso viene fatta una stima dello spessore ottico ( $\Delta$ ) tra  $z_0$  e  $z_\Delta$  (punto intermedio della porzione che ha restituito il miglior  $HQ$ ), andando a calcolare il seguente rapporto:

$$\Delta = -0.5 \cdot \log \left[ \frac{\beta_0(z = z_\Delta)}{\beta_M(z = z_\Delta)} \right]$$

Trovato  $\Delta$ , la correzione di  $\beta_0$  avviene utilizzando lo stesso procedimento iterativo visto per  $z < z_0$ , ma:

- a) eseguendo il calcolo degli integrali per  $z$  crescenti (a partire logicamente da  $z_0$ );
- b) utilizzando per tutte le quote uno stesso valore di  $C$ .

Sono eseguite una serie di possibili correzioni di  $\beta_0$  utilizzando differenti valori di  $C$ : la correzione scelta è quella che dà luogo al valore di  $\Delta$  più vicino a quello stimato a priori. Il calcolo di  $\Delta$  è dato dalla seguente espressione:

$$\Delta = \int_{z_0}^{z_\Delta} \sigma dz$$

Per l'espressione del coefficiente di estinzione  $\sigma$ , si rimanda al paragrafo 1.6.

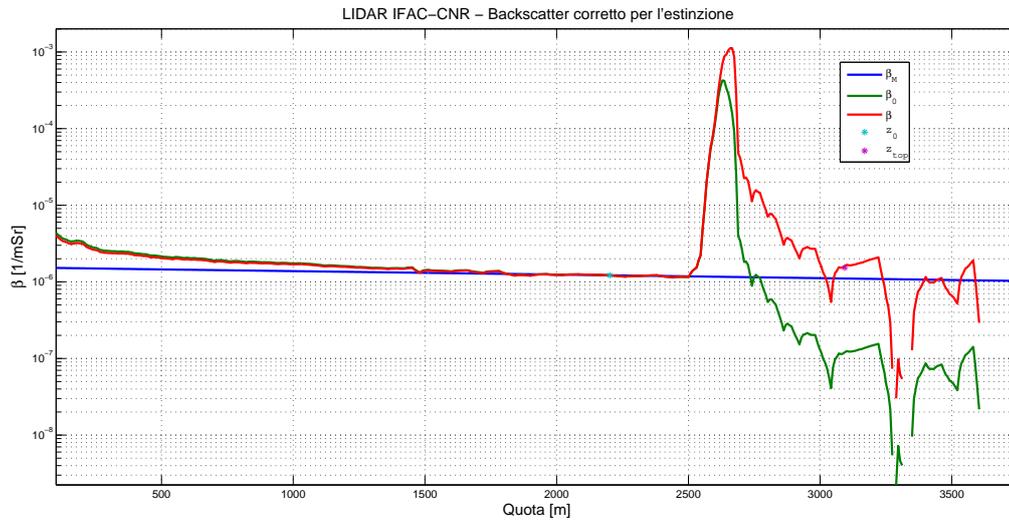
2.  $HQ_{best} < HQ_{min}$  - Nel caso in cui non sia stato possibile trovare una porzione di  $\beta_0$  avente andamento simile a quello di  $\beta_M$  (perché il segnale sopra la nube si è estinto o è particolarmente rumoroso), viene ripetuta un'analisi di  $\beta_0$  per intervalli di 100 m di quota dalla quale si ricavano i coefficienti angolari del *fit* di ciascuna porzione. Dallo studio dei coefficienti, ossia dall'analisi delle pendenze di  $\beta_0$ , viene cercato se esiste una zona in cui si passa repentinamente da valori molto negativi dei coefficienti angolari a valori prossimi allo zero, situazione osservabile al *top* della nube. Per scongiurare che una normale variazione dei valori di  $\beta_0$  all'interno di una nube sia scambiato come un possibile *top*, questa analisi inizia solo là dove  $\beta_0$  inizia ad avere valori inferiori a  $\beta_M$ .

Se è trovato un punto ad una quota  $z_{top}$  interpretabile come *top* di una nube, allora la correzione viene eseguita provando diversi valori di  $C$  (sempre costanti lungo tutto il profilo), e scegliendo come risultato migliore quella che dà il valore di  $\beta$  in  $z_{top}$  più vicino a quello di  $\beta_M$  (sempre in  $z_{top}$ ). Un esempio di questo tipo di correzione è mostrato in figura 1.11, in cui il possibile *top* della nube è stato individuato ad una quota di circa 3100 m.

Nel caso in cui non fosse stato individuato un punto con le caratteristiche tipiche del *top* di una nube, allora si ripete la scansione di porzioni di  $\beta_0$ , individuando dove la media risulta minima, ed eseguendo la correzione con un valore di  $C$  tale da avvicinare il più possibile la media al valore di  $\beta_M$  alla stessa quota.

Queste procedure possono dar luogo ad una di correzione di  $\beta_0$  non valida, dato che  $z_{top}$ , in caso di nubi particolarmente dense, non sarà il reale *top* della nube, ma solo il punto dove il segnale LIDAR si estingue. Per questo motivo, alla fine della correzione, viene calcolato lo spessore ottico tra  $z_0$  e  $z_{top}$ , e, se esso risulta maggiore di 1, la correzione viene etichettata come “non attendibile”.

A volte l'attenuazione del segnale nella nube può provocare un'estinzione tale da impedire anche la ricerca di un minimo dei valori di  $\beta_0$  (non esistono sufficienti

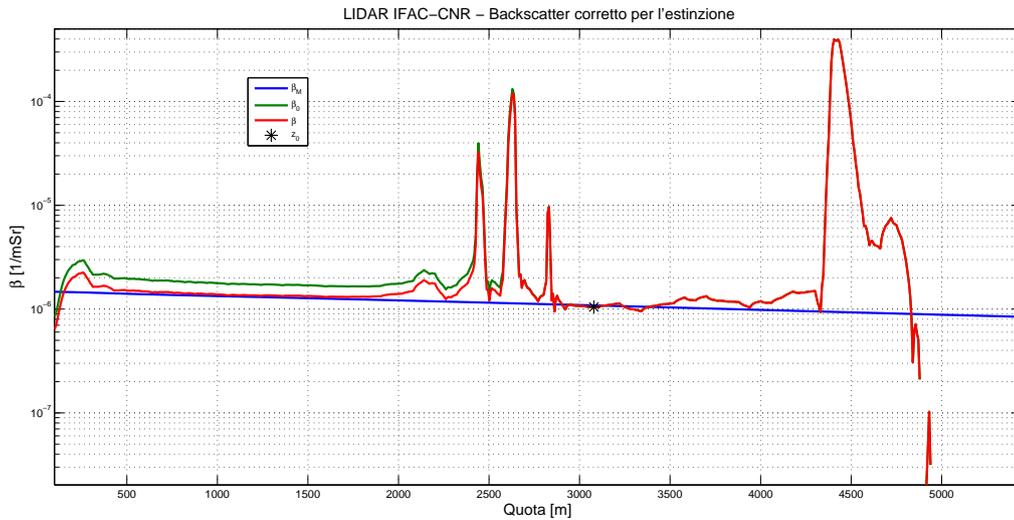


**Figura 1.11:** Esempio di correzione del *backscatter*. A quote superiori a quella di normalizzazione la correzione è stata eseguita avendo individuato prima il *top* della nube.

punti per formare almeno 10 intervalli da cui selezionare la media minima). Una situazione simile è mostrata in figura 1.12 nella quale la nube provoca una brusca diminuzione del segnale ed un suo immediato annullamento. Nei casi come questo il segnale sopra  $z_0$  non può essere corretto

Nel caso in cui al di sopra di  $z_0$  non sia stata individuata una nube, la correzione avviene con lo stesso procedimento iterativo visto prima, ma utilizzando valori di  $C$  puntuali, tutti imposti secondo il valore di depolarizzazione (esattamente a come visto per  $z < z_0$ ).

In figura 1.13 è riportato il risultato della correzione di  $\beta_0$ , sempre in unità di misura  $1/(\text{m Sr})$ .



**Figura 1.12:** Esempio di correzione del *backscatter* non possibile per quote superiori a quella di normalizzazione.

## 1.6 Calcolo del coefficiente di estinzione

Una volta ottenuto il *backscatter* normalizzato e corretto per l'estinzione, è possibile ricavarsi il coefficiente di estinzione, utilizzando la seguente formula:

$$\sigma = C \cdot (\beta - \beta_M) + C_M \beta_M$$

utilizzando gli stessi valori puntuali di  $C$  impiegati nella correzione di  $\beta_0$ .

In figura 1.14 è riportato il risultato del calcolo del coefficiente di estinzione, espresso in unità  $1/m$ .

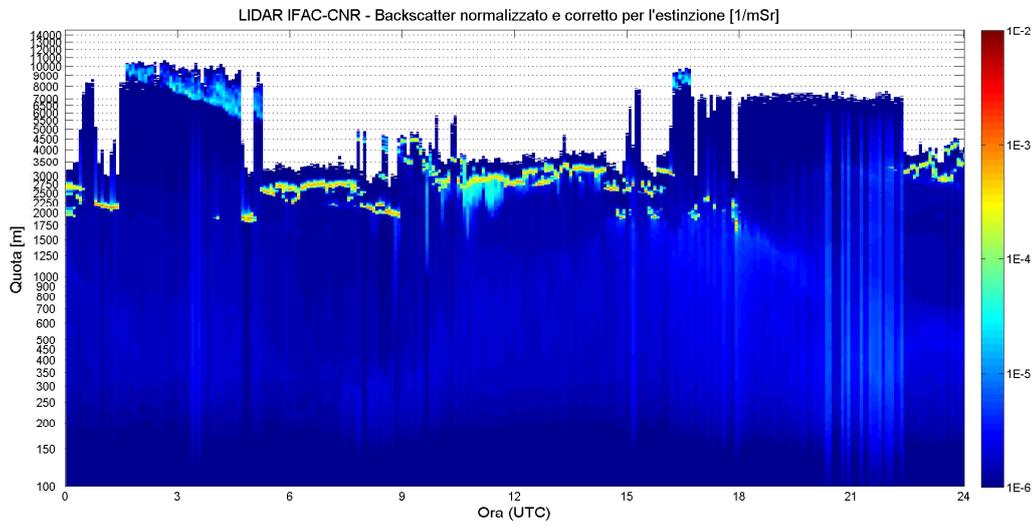


Figura 1.13: *Backscatter* corretto per l'estinzione: intera giornata di misure.

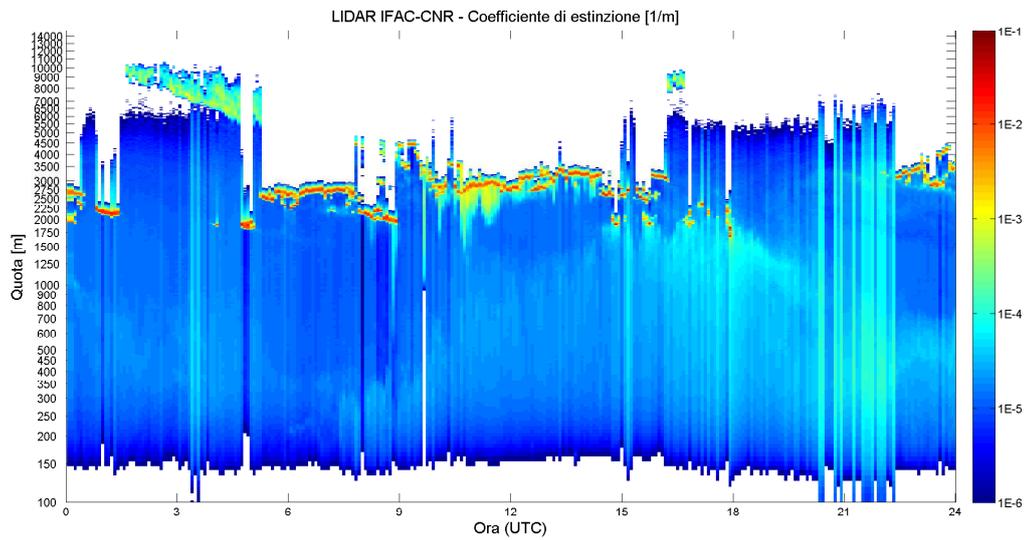


Figura 1.14: Coefficiente di estinzione: intera giornata di misure.

## Capitolo 2

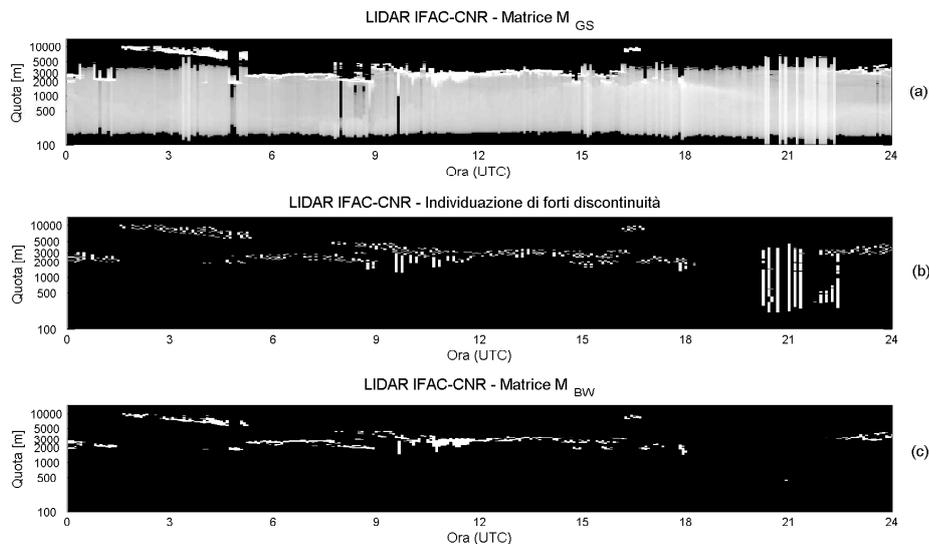
# Individuazione automatica delle nubi

Il *software* è in grado di individuare automaticamente le nubi e ricavare una serie di parametri di esse, quali ad esempio lo spessore ottico e l'*integrated backscatter*. Esso sfrutta i risultati delle elaborazioni del segnale LIDAR descritte nel capitolo 1 e cerca le nubi, non analizzando ogni singola misura, ma dall'analisi di un *set* di misure consecutive. In questa capitolo sono presentati gli algoritmi utilizzati a questo scopo.

L'individuazione delle nubi avviene sfruttando una tecnica di *image processing*. Il *software* costruisce una matrice di dati ( $M_\beta$ ) costituita dai profili  $\beta$  di ciascuna misura;  $M_\beta$  ha dimensione  $Z \times N$ , in cui  $Z$  è il numero delle quote e  $N$  è il numero delle misure.  $M_\beta$  è poi convertita in una matrice in scala di grigi ( $M_{GS}$ ), contenente cioè valori compresi tra 0 e 1. La conversione tra  $M_\beta$  e  $M_{GS}$  è realizzata imponendo uguale a 1 valori di  $\beta$  superiori a  $10^{-5}$  1/(m Sr) ( $\beta_{max}$ ) e a 0 valori di  $\beta$  inferiori a  $10^{-6}$  1/(m Sr) ( $\beta_{min}$ ). Per valori compresi tra  $\beta_{min}$  e  $\beta_{max}$  la scala tra 0 e 1 è lineare.

In figura 2.1a è mostrato un esempio di conversione dalla matrice  $M_\beta$  alla matrice in scala di grigi  $M_{GS}$ .

Dato che base e *top* di una nube sono marcati da una forte discontinuità nei valori di *backscatter*, la matrice  $M_{GS}$  è sottoposta ad un'analisi 2-D nella quale è studiata la



**Figura 2.1:** (a) La matrice  $M_\beta$  contenente un *set* di profili di  $\beta$  è convertita nella matrice in scala di grigi  $M_{GS}$ ; (b) la matrice  $M_{GS}$  è convertita in una matrice binaria  $M_{BW}$  aventi elementi uguali a 1 là dove sono state individuate forti discontinuità tra elementi vicini di  $M_{GS}$ ; (c) con una serie di algoritmi la matrice  $M_{BW}$  ha ora elementi uguali a 1 dove sono state individuate nubi.

derivata prima. Questa procedura è realizzata utilizzando l'approssimazione di Sobel della derivata e studiando la derivata di  $M_{GS}$  sia in direzione orizzontale (osservando, quindi, come cambiano a parità di quota i valori degli elementi di  $M_{GS}$  di misure consecutive), che verticale (osservando, quindi, per ciascuna misura, come cambiano i valori degli elementi di  $M_{GS}$  con la quota). Un algoritmo di *edge detection* esegue una conversione della matrice  $M_{GS}$  in una matrice binaria  $M_{BW}$ , aventi elementi o nulli o uguali a 1. Gli elementi uguali a 1 corrispondono a grosse discontinuità tra elementi vicini di  $M_{GS}$  e quindi possono essere associati ai limiti di una nube. La conversione dalla matrice  $M_{GS}$  alla matrice  $M_{BW}$  è mostrata in figura 2.1b.

Con questa procedura ciascuna nube rilevata è contrassegnata da elementi pari a 1 costituenti una linea chiusa. Un successivo algoritmo individua tutte le linee chiuse tracciate e pone uguale a 1 anche gli elementi interni ad esse, ottenendo quindi che tutti gli elementi di  $M_{BW}$  uguali a 1 corrispondono alla presenza di nubi.

Eseguendo numerosi *test* abbiamo osservato che, a causa della sensibilità di indivi-

duazione delle discontinuità, non sempre l'algoritmo è in grado di generare linee chiuse (cosa ben visibile anche in figura 2.1b). Per questo motivo, nel caso in cui ciò avvenga, là dove la linea è interrotta viene cercato l'elemento adiacente avente il valore di  $\beta$  più vicino, ed esso viene posto uguale a 1; si ripete quindi questa procedura fino a quando non si ottiene la linea chiusa.

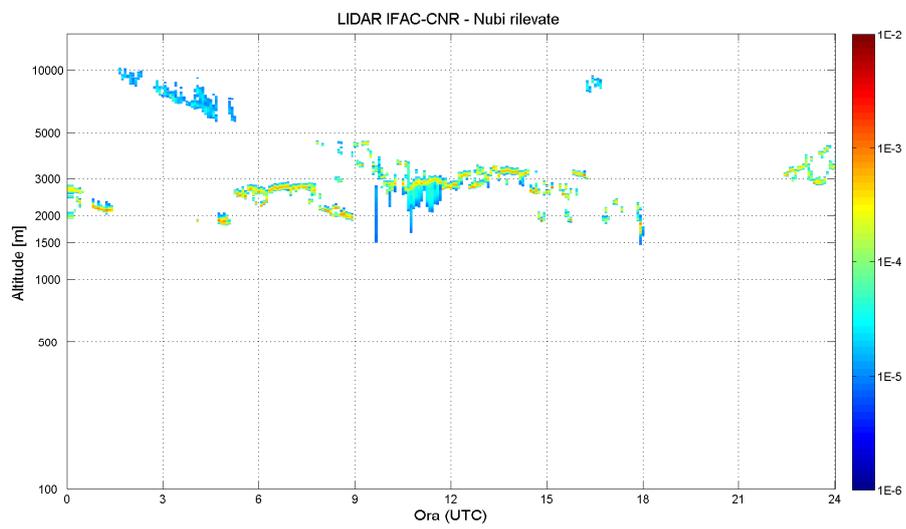
Prima ancora di intervenire su una linea non chiusa, viene verificato che intorno ad essa siano presenti elementi aventi valori di  $\beta$  sufficientemente alti da essere realmente riconducibili alla presenza di una nube; se così non fosse, allora la linea non viene più interpretata come limite di una nube e viene definitivamente cancellata. Questa procedura impedisce che normali fluttuazioni di bassi valori di  $\beta$  siano erroneamente interpretati come nubi. La versione definitiva di  $M_{BW}$  è mostrata in figura 2.1c, nella quale possiamo notare che alcune linee non chiuse sono state corrette, mentre altre sono state eliminate.

La matrice  $M_{BW}$  è sottoposta ad un *check* finale, che elimina tutte le nubi aventi spessore inferiore a 50 m, in modo da escludere che, nonostante tutte le procedure di preparazione e di ottimizzazione del segnale viste nel capitolo 1, un picco di segnale dovuto al rumore o a qualsiasi artefatto sia interpretato come nube.

In figura 2.2 è mostrato il risultato finale della rilevazione della nubi.

Il *software* ricava numerosi parametri delle nubi individuate:

- Base, *top* e spessore;
- *Integrated backscatter*;
- Spessore ottico;
- Depolarizzazione media;
- Coefficiente di correlazione  $\beta$ -depolarizzazione;
- Temperatura, pressione, direzione ed intensità del vento sia alla base che al *top* della nube.



**Figura 2.2:** Nubi rilevate.

# Elenco delle figure

1.1	Overlap Telescopio-LASER . . . . .	2
1.2	Sottrazione del rumore strumentale . . . . .	4
1.3	Esempi di Wavelet Daubechies . . . . .	6
1.4	Esempio di filtro <i>wavelet</i> su segnale LIDAR . . . . .	7
1.5	Sottrazione <i>offset</i> segnale . . . . .	8
1.6	Analisi statistica per ricerca <i>offset</i> segnale . . . . .	9
1.7	<i>Range corrected signal</i> acquisito in un'intera giornata di misure . . . . .	11
1.8	Esempio di normalizzazione di <i>backscatter</i> non attendibile . . . . .	17
1.9	Esempio di normalizzazione di <i>backscatter</i> valida . . . . .	18
1.10	Normalizzazione del <i>backscatter</i> : intera giornata di misure . . . . .	18
1.11	Esempio di correzione del <i>backscatter</i> eseguita . . . . .	23
1.12	Esempio di correzione del <i>backscatter</i> non possibile . . . . .	24
1.13	<i>Backscatter</i> corretto: intera giornata di misure . . . . .	25
1.14	Coefficiente di estinzione: intera giornata di misure . . . . .	25
2.1	Conversione $M_\beta$ - $M_{BW}$ . . . . .	27
2.2	Nubi rilevate . . . . .	29

# Bibliografia

- [1] Misiti *et al.*, *Wavelet Toolbox (For Use with MATLAB<sup>®</sup>)*, *web address*:  
[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/wavelet/wavelet\\_ug.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/wavelet/wavelet_ug.pdf)
- [2] C. Fröhlich and Glenn E. Shaw, *New determination of Rayleigh scattering in the terrestrial atmosphere*, *Applied Optics*, Vol. 19, No. 11, pp 1773-1175, 1980
- [3] 16th edition of Kaye and Laby (Tables of Physical & Chemical Constants), *web address*: [http://www.kayelaby.npl.co.uk/general\\_physics/2\\_5/2\\_5\\_7.html](http://www.kayelaby.npl.co.uk/general_physics/2_5/2_5_7.html)
- [4] M. Morandi, *A complete procedure for inverting backscattering lidar returns*, Research Report IROE-CNR RR/GCF/92.11, 1992