NOTE SULLE CONNESSIONI TRA I NUMERI PRIMI DI FERMAT, I NUMERI PRIMI DI MERSENNE E I NUMERI DI COLLATZ

Dedicato ai geni matematici francesi Sophie-Germain,

Fermat, Mersenne e Collatz, i cui numeri sono qui interconnessi .

………

F. Di Noto, A. Tulumello, G. Di Maria, M. Nardelli[1,2]

[1] Dipartimento di Scienze della Terra
Università degli Studi di Napoli Federico II, Largo S. Marcellino, 10
80138 Napoli, Italy

[2] Dipartimento di Matematica ed Applicazioni "R. Caccioppoli"
Università degli Studi di Napoli "Federico II" – Polo delle Scienze e delle Tecnologie
Monte S. Angelo, Via Cintia (Fuorigrotta), 80126 Napoli, Italy

Abstract

In this work we will to evidence some important connections between Sophie Germain's numbers (S = 2p +1 with p prime numbers), Mersenne's prime numbers ($M_p = 2^p - 1$ with p prime number), Fermat's prime numbers ($F_n = 2^{2^n} + 1$) and Collatz's numbers

($c = \frac{2^m - 1}{3}$ with m even number), and general arithmetical form of prime numbers $P = 6k \pm 1$ except 2 and 3.

Riassunto

In questo lavoro metteremo in evidenza le connessioni aritmetiche tra i numeri M di Mersenne e i numeri F di Fermat, primi e non primi, soprattutto per quanto riguarda le potenze pari e dispari di 2 coinvolte, i coefficienti k della forma generale $M = 6k +1$ (in questo caso i coefficienti k sono anche i numeri di c di Collatz utili a dimostrare la relativa congettura) ed $F = 6k -1$. Altre connessioni esistono tra i numeri primi gemelli, i numeri di Sophie Germain, i numeri di Mersenne, i numeri perfetti e l'ultimo teorema di Fermat, ecc. (vedi schema finale delle varie connessioni tra i

vari tipi di numeri)

…..

Nell’ articolo di G. Molteni “Numeri primi, risultati e congetture” sul sito web di MATHESIS – Dipartimento di Matematica – Università Statale di Milano, l ‘Autore a pag. 15 nella sezione “Problemi vari” si pone le due domande:

- Ci sono infiniti numeri di Fermat $2^n + 1$?

Probabilmente no.

- Ci sono infiniti numeri di Mersenne $2^n - 1$?

Probabilmente si”

Sebbene la formula esatta e rigorosa dei numeri primi di Fermat sia

$F_p = 2^{2^n} + 1$, e non più genericamente

2^n , dove per n si intende 2^n) , mentre la formula rigorosa per i numeri primi di Mersenne è

$M_p = 2^p - 1$ con p numero primo

e non genericamente $M = 2^n$ con n = p = primo.

Qui di seguito vedremo, con tabelle costruite con le due formule generiche ma evidenziando (in grassetto) i valori relativi alle formule rigorose, se e come i numeri primi di Ferma e i numeri primi di Mersenne possano o no essere infiniti (i valori relativi alle formule generiche servono ad evidenziare le connessioni aritmetiche tra i due tipi di numeri sia relativamente alla forma generale dei numeri primi $P = 6n \pm 1$ (tranne i soli 2 e 3), sia relativamente ai numeri di Collatz.

Premesse

a) Per i numeri generici di Fermat, affinché $F = 2^n + 1$ sia primo, l'esponente n deve essere pari, poiché per n dispari otteniamo soltanto multipli di 3, e quindi numeri composti $3k = 2^n + 1$; e viceversa, per i numeri generici di Mersenne n deve essere dispari, poiché con

n pari si ottengono multipli di 3 e quindi numeri

composti $3k = 2^n - 1$, come da successive tabelle 1 e 2

Tabella 1 con n dispari

k_j (di forma $k_j = 4k_{(j-1)} - 1$)

$2^1 + 1 = 3 = 3 \times 1$ - - - - -

$2^3 + 1 = 9 = 3 \times 3$ $(3 = 4 \times 1 - 1)$

$2^5 + 1 = 33 = 3 \times 11$ $(11 = 4 \times 3 - 1)$

$2^7 + 1 = 129 = 3 \times 43$ $(43 = 4 \times 11 - 1)$

$2^9 + 1 = 513 = 3 \times 171$ $(171 = 4 \times 43 – 1)$

$2^{11} + 1 = 2\,049 = 3 \times 683$ $(683 = 4 \times 171 - 1)$

… … … … … … … …

con la relazione che la differenza tra un valore di k e il valore di k precedente è una potenza dispari di 2, per esempio

$3 - 1 = 2^1 = 2$, $11 – 3 = 8 = 2^3$, $43 – 11 = 32 = 2^5$,

$171 - 43 = 128 = 2^7$, $683 - 171 = 512 = 2^9$, ecc.

E quindi, viceversa, una potenza dispari di 2 sommata ad un valore di k, dà il valore di k successivo, per es.

$$2^n + k_{(n-1)} = k_n$$

$$2^1 + 1 = 3 = k_1$$

$$2^3 + 3 = 11 = k_3$$

$$2^5 + 11 = 43 = k_5$$

$$2^7 + 43 = 171 = k_7$$

… … … …

I valori di k_F per Fermat sono connessi ai valori k_M per Mersenne = c = numerici Collatz, che vedremo successivamente, con la formula

$$k_F = 2c + 1 = 2k_M + 1$$

per esempio

$$3 = 2 \times 1 + 1$$

$$11 = 2 \times 5 + 1$$

$$43 = 2 \times 21 + 1$$

$171 = 2 \times 85 + 1$

… … …

Viceversa accade con la

Tabella 2 con n pari

k_j

$2^0 - 1 = 0 = 3 \times 0$ - - - - - - -

$2^2 - 1 = 3 = 3 \times 1$ $(1 = 4 \times 0 + 1)$

$2^4 - 1 = 15 = 3 \times 5$ $(5 = 4 \times 1 + 1)$

$2^6 - 1 = 63 = 3 \times 21$ $(21 = 4 \times 5 + 1)$

$2^8 - 1 = 255 = 3 \times 85$ $(85 = 4 \times 21 + 1)$

$2^{10} - 1 = 1\,023 = 3 \times 341$ $(341 = 4 \times 85 + 1)$

$2^{12} - 1 = 4\,095 = 3 \times 1\,365$ $(1\,365 = 4 \times 341 + 1)$

… … … … … … … …

Anche qui, infatti, la differenza tra un valore di k_j e il valore di k precedente = $k_{(j-1)}$ è una potenza di 2, ma questa volta pari , per esempio:

$1 – 1 = 0 = 2^0 - 2^0$, $5 – 1 = 4 = 2^2$, $21 – 5 = 16 = 2^4$,

85 – 21 = 64 = 2^6 , 341 – 85 = 256 = 2^8,

1 365 – 341 = 1 024 = 2^{10} , e così via.

Qui, per inciso, i numeri k 1, 5, 21, 85, 341, 1 365 ecc. di forma 4c +1 sono i numeri c di Collatz (ognuno dei quali si può ricavare dal precedente moltiplicandolo per 4 e aggiungendo 1, per es. 5 = 1 x 4 +1, 21 = 5 x 4 +1, 85 = 21 x 4 +1, 341 = 85 x 4 +1, 1 365 = 341 x 4 +1, ecc.) trovati nella nostra dimostrazione della congettura di Collatz, già pubblicata sui nostri siti di riferimento:

http://www.gruppoeratostene.netandgo.eu

http://www.xoomer.alice.it/stringtheory

(L'algoritmo 3n +1 inizia la sua fine termina quando incontra uno degli infiniti numeri di Collatz c = $\frac{2^m - 1}{3}$ con m pari (da qui la connessione con 2^m) dopodichè, essendo le potenze di 2 (pari o dispari non importa)

uniformemente pari, esse possono essere divise per due dando sempre numeri pari, fino alla sequenza finale …4, 2, 1 che pone termine al ciclo numerico di Collatz; per esempio per n = 7 :

3 x 7 +1 = 22 pari

22 : 2 = 11 dispari

11 x 3 + 1 = 34 pari

34 : 2 = 17 dispari

17 x 3 + 1 = 52 pari

52 : 2 = 26 pari

26 : 2 = 13 dispari

13 x 3 +1 = 40 pari

40 : 2 = 20 pari

20: 2 = 10 pari

10 : 2 = $\underline{5}$ dispari e numero di Collatz

5 x 3 + 1 = 16 = 2^4 pari e potenza pari di 2

$16 : 2 = 8 = 2^3$ pari

$8 : 2 = \underline{4} = 2^2$ pari

$4 : 2 = \underline{2} = 2^1$ pari

$2 : 2 = \underline{1} = 2^0$ dispari e fine

dell’algoritmo con la sequenza finale …4, 2, 1, quale che sia il numero n iniziale (in questo caso n = 7); quindi tale algoritmo termina sempre in questo modo per tutti gli infiniti n dispari, essendo infiniti sia i numeri di c di Collatz sia le potenze pari di 2 dalle quali inizia la fine dell’algoritmo.

Per le potenze dispari di 2 $= 2^n$ è invece $\frac{2^n + 1}{3} = k_F$ ad essere divisibile per 3, dando per risultato i valori di k_F di Fermat, per esempio $\frac{2^1 + 1}{3} = 1$; $\frac{2^3 + 1}{3} = 3$

$\frac{2^5 + 1}{3} = 11$, $\frac{2^7 + 1}{3} = 43$, e così via.

Premesso tutto ciò, e anche che tutti i numeri primi P tranne il 2 e il 3 sono di forma generale 6k ± 1, costruiamo ora la tabella generica dei numeri di Fermat $F = 2^{n} + 1$, evidenziando i numeri primi di Fermat di forma $F_p = 2^{2^{n}}$, con F_p sottoinsieme di F

TABELLA 3 (con n' pari)

n'	**2^{n}**	**2^{n} +1**	**6k -1**	**composti**	**primi $F_p = 2^{2^{n}} +1$**
0	**1**	**3**		**no**	**si $F_0 =$ 3**
2	**4**	**5**	**6 x 1 - 1**	**no**	**si $F_1=$ 5**
4	**16**	**17**	**6 x 3 - 1**	**no**	**si $F_2=$ 17**
6	64	65	6 x 11 -1	si	no
8	**256**	**257**	**6 x 43 -1**	**no**	**si $F_3 =$ 257**
10	1 024	1 025	6 x 171 -1	si	no
…	…	…	…	…	…
16	**65 536**	**65 537**	**6 x 10 923 – 1**	**no**	**si $F_4 =$ 65 537**

…   …   …   …   …   ….

Notiamo facilmente che i numeri primi di Fermat così ottenuti terminano tutti con la cifra 7 (tranne il 3 e il 5 iniziali) essendo tutti gli altri numeri generici di Fermat terminanti con la cifra 5, e quindi composti perché divisibili per 5, e si alternano a numeri generici terminanti con la cifra 7; quindi solo tra questi ultimi si troveranno altri eventuali numeri primi di Fermat, che termineranno con la cifra 7 come già i precedenti 17, 257, 65 537, nel caso che essi non siano, insieme al 3 e 5 iniziali, i soli numeri primi di Fermat (cosa che però sembra poco probabile, non essendone trovati altri fino ad oggi, vedi nota 1). Tutti i numeri di Fermat, generici o primi che fossero, sono di forma F = 6k - 1, dove k sono i valori della Tabella 1 e cioè 1, 3, 11, 43, 171…

con differenza 2^n con n dispari, tra un valore di k e il

precedente. Poiché i numeri primi e generici di Fermat terminanti con la cifra 5 e con la cifra 7 si alternano, alternano, i numeri primi F_p di Fermat sarebbero un sottoinsieme di F (numeri generici di Fermat) e poiché in genere un insieme infinito ha sottoinsiemi anch'essi infiniti, anche F_p potrebbe in teoria essere anch'esso infinito, mentre in pratica sembra finito, cosa che fa rispondere "probabilmente no" a G. Molteni alla domanda se essi siano infiniti o no.

In ogni caso, la loro forma generale F = 6k -1 li connette ai numeri d primi di Sophie Germain,

S =2p +1, con p anch'esso primo, per esempio

S =2 x 11 + 1 = 23 = 6 x 4 – 1, anch'essi con tale forma aritmetica, e a loro volta connessi con i numeri di Mersenne in quanto, se p è primo e di forma 4k +1, allora il numero di Mersenne $2^n - 1$ non è primo; e i numeri di Mersenne, primi o non primi, sono tutti di

forma 6k +1, al contrario dei numeri primi di Sophie Germain, che invece sono di forma 6n – 1 tranne il 7; esempio per tutti:

$p_n = 11 = 4 \times 3 - 1 = 12 - 1 = 11 = 6 \times 2 - 1 = 11$,

e $2^n - 1 = 2\,048 - 1 = 2\,047$ non primo = $23 \times 89 = 6 \times 341+1$

e tali numeri di Mersenne non primi $2^n - 1$ non primi sono infine collegati alla formula dei numeri perfetti N_p

$$N_p = \frac{M_n\,(M_n + 1)}{2} = 2^{n-1}\,(2n - 1).$$

Per esempio,

per $M_2 = 3$ ed $n = 2$, $\frac{3 \times (3 + 1)}{2} = 6$ numero perfetto N_1

$2^{2-1} \times (2 \times 2 - 1) = 2^1 \times 3 = 2 \times 3 = 6$ numero perfetto “

Per $M_p = 7$ ed $n = 3$, $\frac{7 \times (7 + 1)}{2} = 28$ numero perfetto N_2

$2^{3-1} \times (2^3 - 1) = 2^2 \times (8 - 1) = 4 \times 7 = 28$ num. perfetto “.

I numeri primi di Sophie Germain sono anche collegati con l’ultimo teorema di Fermat: se p è un numero primo di Sophie Germain, non ci sono tre numeri interi tali che 2p +1 non divide il prodotto xyz e che $x^p + y^p = 2^p$.

I numeri di Sophie Germain, di forma 6k -1 sono a loro volta, come i numeri gemelli, i numeri più piccoli delle coppie 6k -1 e 6k +1, con 6k +1 composto (nei numeri gemelli anche 6k +1 è primo), e le coppie 6k -1 primo e 6k +1 non primo (ma prodotto di due primi tranne il 2 e il 3, per es. 6 x 8 -1 = 47 e 6 x 8 + 1 = 49 = 7 x 7 sono le coppie di Chen. Si trova che i numeri di Sophie Gemain S fino a N sono leggermente di più dei numeri gemelli g fino ad N, e precisamente

$$S(N) = g(N) \times 1{,}08,$$

formula che dà valori più precisi che con altre formule con stime meno precise (vedi il nostro lavoro sui numeri primi di Sophie Germain sui nostri due siti di riferimento prima accennati).

Analoga tabella si costruisce per i numeri di Mersenne sia primi (M_p) che generici (M), entrambi di forma generale $M = 2^n - 1$, se n = p primo si hanno i numeri primi di Mersenne $M_p = 2^p - 1$.

TABELLA 4 con n composto oppure n = p primo

n	2^n	$2^n - 1 = M$	6k + 1	composto	primo = M_p
2	**4**	**3**		**no**	**3 = M_3**
3	**8**	**7**	**6 x 1 + 1**	**no**	**7 = M_7**
5	**32**	**31**	**6 x 5 +1**	**no**	**31** = M_{31}
7	**128**	**127**	**6 x 21 + 1**	**no**	**127 = M_{31}**
9	512	511	6 x 85 +1	si	no
11	2 048	2 047	6 x 341 +1	si	no
13	**8 192**	**8 191**	**6 x 1 365 +1**	**no**	**8191 = M_{13}**
15	32768	32767	6 x 5 461 +1	si	no

17	**131 072**	**131 071**	**6 x 21 845 + 1**	**no**	**131 071**	**=M17**
19	**524 288**	**524 287**	**6 x 87 381 +1**		**524 287**	**=M 19**
21	2 097 152	2097151	6 x 349 525 + 1		no	
…	…	…	…			…
$\mathbf{2^{32582657}}$		$\mathbf{2^{32582657} - 1}$	**…**		$\mathbf{\approx 10^{9808358}}$	**=** $\mathbf{M_{32582657}}$

Coefficienti k vedi Tab. 2 = numeri di Collatz $c = \dfrac{2^m - 1}{3}$

con m pari, come prima accennato.

I numeri generici di Mersenne e anche i numeri primi di Mersenne terminano ora con le cifre 7 e 1 (anziché con 5 e 7 come i numeri di Fermat), e notiamo pe inciso che $1 = 2^0$ **,** $5 = 2^2 + 1$ **e** $7 = 2^3 - 1$**; questa connessione lega il numero 5 e il segno + alle potenze n pari di** $F = 2^n + 1$**, e il numero 7 con il segno + alle potenze dispari di** $M = 2^n - 1$**. Questa potrebbe essere la connessione**

aritmetica di fondo tra i numeri di Fermat e i numeri di Mersenne, primi o no che fossero, e quindi tra F ed M e tra F_p ed M_p.

Tra i numeri generici di Mersenne (così come nei numeri generici di Fermat) si alternano numeri multipli di 5 e numeri terminanti con la cifra 7) ora succede che ogni tre numeri terminanti per 7, uno è multiplo di 7, per esempio nella colonna $M = 2^n - 1$ della Tabella 4, abbiamo 7 = 7 x 1, 511 = 7 x 73, 32 767 = 7 x 4 681, 209 751 = 7 x 7 x 127 x 337 = 7^2 x 127 x 337, ecc. numeri terminanti sia con 7 che con 1, e quindi anche i numeri primi di Fermat terminano, tranne il 3 iniziale, con le cifre 7 e 1 :

7, 31, 127, 8 191, 131 071, 524 287 e sicuramente anche il 44° numero primo di Mersenne terminerà con la cifra 7 o con la cifra 1.

Quindi, eliminando i due terzi di M, i possibili numeri

primi di Mersenne saranno al massimo

$$M_p < \frac{2}{3} M$$

con M_p come possibile sottoinsieme, ora quasi certamente infinito, di M, mentre $F_p < F$ è quasi certamente finito e limitato ai soli cinque numeri primi di Fermat, non essendone ancora trovati altri dopo di essi.

Con questo lavoro si sono trovate delle connessioni prima accennate tra i numeri F ed M generici e quindi anche primi (potenze pari e dispari di due, segno algebrico + e - , ultima cifra compresa tra 1 , 5 o 7 (solo 7 per i numeri di Fermat maggiori di 5 , 7 e 1 per i numeri di Mersenne maggiori di 3, coefficienti k di 6k + 1 collegati ai numeri c di Collatz , a loro volta collegati alle potenze pari m di 2 tali che $c = \frac{2^m - 1}{3}$,

e $3c + 1 = 2^m$.

G. Molteni a pag. 17 del suo articolo riporta il 44°

numero primo di Mersenne :

$$2^{325882657} - 1 ,$$

che certamente terminerà con la cifra 1 o con la cifra 7, e sarà anche della forma 6 k + 1, come tutti i numeri di Mersenne, sia generici (composti) che primi (connessione col segno algebrico -), come pure l'esponente di 2, dispari e primo insieme p = 325 882 657. E "che ha 9 808 358 cifre ed è il più grande numero primo finora trovato (al 3/2007)."

I numeri primi di Mersenne sono ovviamente sempre più rarefatti al crescere d n esponente dispari e primo di 2, ma per p = 32 582 657 è ancora poca cosa rispetto ai numeri primi successivi, di per se infiniti, e che possono dare origine ad altri possibili infiniti numeri primi di Mersenne ancora più grandi del 44° numero di cui sopra.

Per cui il sottoinsieme M_p dei numeri primi di

Mersenne è un sottoinsieme infinito dei numeri primi P. E precisamente, abbiamo 44 numeri primi di Mersenne su circa 17 642 374 numeri primi fino all'esponente 325 882 657 primo, essendo questo numero all'incirca il 17 642 374° numero primo ≈ π (325 882 657 calcolabile approssimativamente con la formula per π (N):

$$\pi\,(N) = \pi\,(325\,882\,657) \approx \frac{325\,882\,657}{\ln 325\,88\,657} \times 1{,}0612 = 17\,642\,374;$$

dove 1,0612 è il nostro numero correttore per una stima più precisa di π(N), vedi sul sito

http://xoomer.alice.it/stringtheory

il nostro lavoro " Su alcuni possibili contributi utili alla dimostrazione di Riemann II (RH ed RGH)"

Ciò significa che finora si sono trovati solo 44 esponenti primi (su circa 17 642 374 numeri primi) che hanno dato origine ad altrettanti numeri primi di Mersenne.

Viceversa, per i numeri primi di Fermat (e qui notiamo una ampia asimmetria tra i due tipi di numeri), fino al numero primo 325 882 657 (esponente di 2 per il 44° numero di Mersenne), ci sono appena 28 potenze di 2, delle quali 14 pari, tra cui solo 5 danno origine ai primi cinque numeri primi di Fermat, finora noti, cioè :

$F_0 = 2^{2^{0}} + 1 = 3$

$F_1 = 2^{2^{1}} + 1 = 5$

$F_2 = 2^{2^{2}} + 1 = 17$

$F_3 = 2^{2^{3}} + 1 = 257$

$F_4 = 2^{2^{4}} + 1 = 65\ 537$

…? … ? …? … ?

Ma in teoria sarebbe pur sempre possibile che altri

esponenti pari di 2, anche grandissimi e ancora fuori dalla portata degli attuali super computer, possano generare ulteriori numeri primi di Fermat.

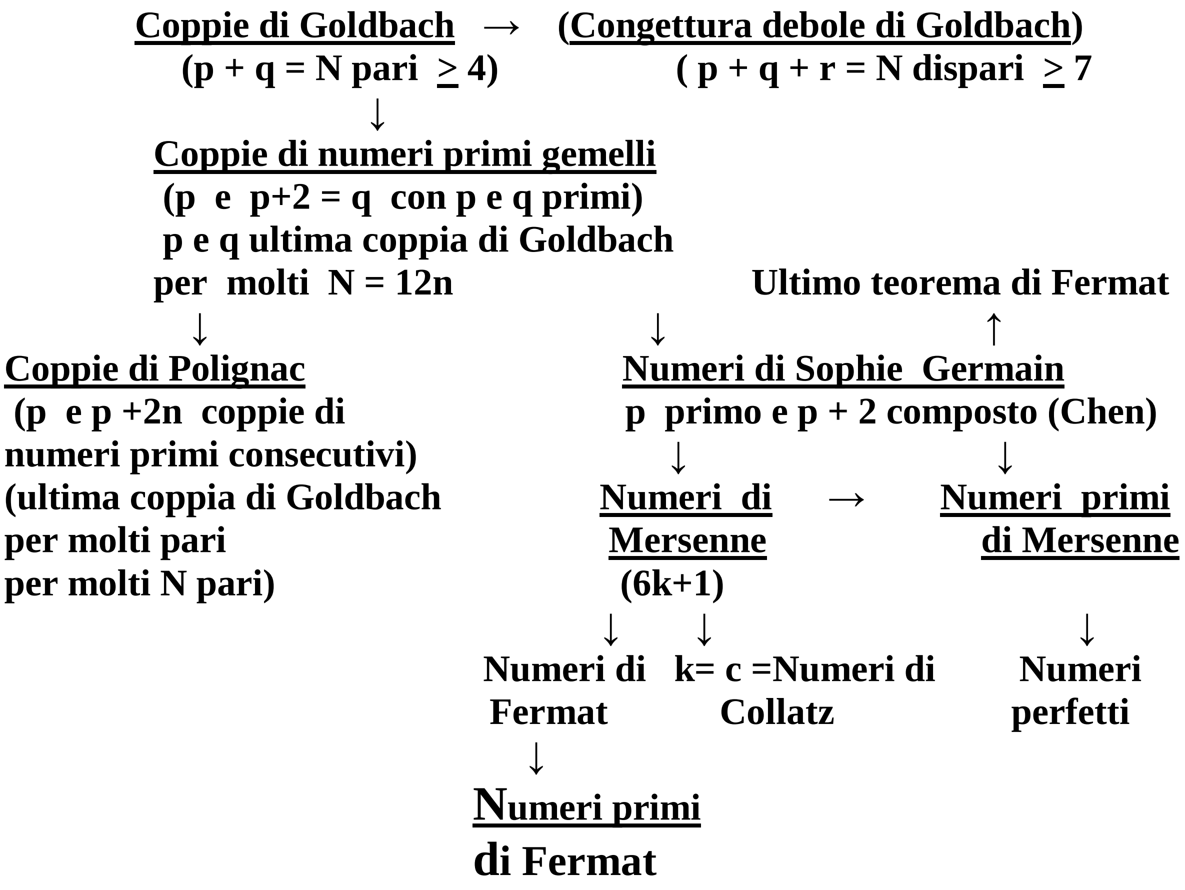
Finora comunque i numeri primi di Fermat sono solo cinque, e generati, come abbiamo visto, dalle prime potenze pari di 2, su 14 possibili fino all’esponente primo di 2 che ha generato il 44° numero primo di Mersenne.

Numeri primi di Fermat F_p, quindi come possibile, teoricamente, infinito sottoinsieme di F; ma in pratica ancora limitato a soli cinque numeri primi di Fermat, e quindi F_p sottoinsieme finito di F. Mentre, per i numeri primi di Mersenne, sia pure anch’essi molto rarefatti (il 44° numero ha ben 9 808 358 cifre, ed è quindi nell’ordine di circa $10^{9\,808\,358}$. E sicuramente in futuro si scopriranno altri numeri primi di Mersenne ancora più

grandi, essendo M_p un sottoinsieme infinito di M, che a sua volta è un sottoinsieme infinito di P, cioè degli infiniti numeri primi.

Scopo principale di questo lavoro era comunque di evidenziare le connessioni aritmetiche tra i due tipi di numeri primi, riconducibili alla forma generale P = 6k ±1, con coefficienti k , per i numeri generici di Mersenne di forma M = 6k + 1, uguali ai numeri di Collatz connessi a loro volta alle potenze pari di 2, come i numeri generici di Fermat, mentre, viceversa, i numeri di Mersenne sono connessi alle potenze dispari di 2.

Schema finale delle connessioni tra i vari tipi di numeri e tra le varie congetture su di essi e sui numeri primi in particolare:



<u>Coppie di Goldbach</u> → (<u>Congettura debole di Goldbach</u>)
(p + q = N pari > 4) (p + q + r = N dispari > 7
↓
<u>Coppie di numeri primi gemelli</u>
(p e p+2 = q con p e q primi)
p e q ultima coppia di Goldbach
per molti N = 12n
Ultimo teorema di Fermat
↓ ↓ ↑
<u>Coppie di Polignac</u>
(p e p +2n coppie di
numeri primi consecutivi)
(ultima coppia di Goldbach
per molti pari
per molti N pari)

<u>Numeri di Sophie Germain</u>
p primo e p + 2 composto (Chen)
↓ ↓
<u>Numeri di Mersenne</u> (6k+1) → <u>Numeri primi di Mersenne</u>
↓ ↓ ↓
Numeri di Fermat
k= c =Numeri di Collatz
Numeri perfetti
↓
<u>Numeri primi</u>
di Fermat

(Per le connessioni tra questi numeri e loro congetture con le congetture più importanti vedi lavoro “ Possibili relazioni tra le sei congetture principali (e il Teorema di Fermat) sui numeri primi (Griglia delle possibili connessioni) già su questo sito.

NOTA 1 sui numeri di Fermat.

Circa la voce su Wikipedia “Numeri di Fermat”, riportiamo solo qualche brano, interessante per il nostro lavoro:

“ Un numero di Fermat, chiamato così dal matematico Francese Pierre de Fermat, è un numero intero esprimibile

come $F_n = 2^{2^n} + 1$ con n intero non negativo.

Numeri primi di Fermat.

Fermat credeva, erroneamente, che tutti i numeri della forma indicata sopra fossero numeri primi.

In effetti, questo è vero per i primi cinque:

$$F_0 = 2^{2^{0}} + 1 = 3$$

$$F_1 = 2^{2^{1}} + 1 = 5$$

$$F_3 = 2^{2^{2}} + 1 = 17$$

$$F_4 = 2^{2^{3}} + 1 = 257$$

$$F5 = 2^{2^{4}} + 1 = 65\,537$$

Non è stato trovato nessun altro numero di Fermat primo, e anzi si ritiene molto probabile che i numeri di Fermat primi siano in numero finito. Si può comunque dimostrare (Teorema di Pepin) che F_n è primo se e solo se $3^{(F_{n-1})/2} \equiv - 1$ …

Si prova che $F_n = F_1 \cdot F_2 \cdot \ldots \cdot F_{n-1} + 2$

In un sistema numerico binario, tutti i primi di Fermat sono palindromi primi (3 = 11, 5 = 101, 17 = 1001, 65537 = 1000000000000001).

Nota 2 sui numeri di Mersenne.

Dalla voce di Wikipedia “Numeri di Mersenne” riportiamo i seguenti brani:

“ Un numero primo di Mersenne è un numero primo esprimibile come:

$M_2 = 2^{2} - 1 = 3$

$M_3 = 2^{3} - 1 = 7$

$M_5 = 2^{5} - 1 = 31$

$M_7 = 2^{7} - 1 = 127$

$M_{13} = 2^{13} - 1 = 8\,191$

$M_{17} = 2^{17} - 1 = 131\,071$

$M_{19} = 2^{19} - 1 = 524\,287$

…   …   …   …

(la lista continua fino ad M_{127}, e alla quale rimandiamo per i successivi numeri primi di Mersenne, N.d.A.A.)

“ Se M_n è primo, allora anche n è primo. Invece n primo non che M_n sia primo.

Se M_n non è primo, viene detto semplicemente numero di Mersenne. I numeri primi di Mersenne sono collegati ai numeri perfetti. Nel quarto secolo avanti Cristo, a.C. Euclide dimostrò che se M_n è un primo di Mersenne, allora

$$\frac{M_n \cdot (M_n + 1)}{2} = 2^{n-1} (2n - 1)$$ è un numero perfetto.

Nel XVIII secolo Eulero provò che tutti i numeri perfetti hanno questa forma. Nessun numero perfetto dispari è conosciuto e si congettura che non ne esistano…

Il più grande primo attualmente conosciuto è proprio un numero di Mersenne trovato dagli statunitensi Curtis Cooper e Steven Boone dell’Università del Missouri nell'ambito del GIMPS; scritto in base 10 è un numero composto da 9 808358 cifre, e precisamente

$M_{32582657} = 2^{32582657} - 1$…

(segue la lista dei 44 numeri primi di Mersenne, N.d.A.A.)

Nota 3 sulla Nuova congettura di Mersenne.

La voce di Wikipedia "Nuova congettura di Mersenne" la riportiamo invece per intero:

" In matematica, la Nuova congettura di Mersenne (o Congettura di Bateman, Selfridge e Wagstaffe) è una congettura che riguarda i numeri primi; afferma che per ogni numero naturale dispari p, se almeno due delle seguenti affermazioni sono vere, allora lo sarà anche la terza:

1. $p = 2^k \pm 1$ o $p = 4^k \pm 3$ per un k appartenente ai naturali;

2. $2^p - 1$ è primo (un numero primo di Mersenne)

3. $(2^p + 1) / 3$ è primo (un numero primo di Wagstaff).

Se p è un numero dispari composto, allora anche $2^p - 1$ e $(2^p + 1) / 3$ lo sono. Questa dunque è l'unica condizione necessaria per testare valori primi che soddisfano la congettura.

La Nuova congettura di Mersenne può essere vista come Un tentativo di salvare la congettura di Mersenne (vecchia di oltre un secolo) che si era dimostrata falsa.

Renaud Lifchitz ha dimostrato che la Nuova congettura di Mersenne è vera fino a 12 441 900 testando matematicamente tutti i numeri primi per cui è noto che vale almeno una delle condizioni. Il suo sito (http://www.primenumbers.net/rl/nmc/)

documenta la verifica fino a questo numero.

Bibliografia

P.T. Bateman, J.L Selfridge and Wagstaff, Jr. Samuel S.,

" The new Mersenne conjecture", Amer. Math. Montly, 96

(1989) 125 – 128 .

Nota 4. Sulle possibili connessioni tra numeri di Collatz, serie collegata ai momenti della funzione zeta di Riemann e vibrazioni delle stringhe.

a) Connessioni Numeri di Collatz → vibrazioni stringhe

Nel lavoro "Forme generatrici di numeri primi, numeri gemelli e congetture di Collatz" dell'Ing. Rosario Turco, si afferma che i numeri n dispari tali che: $n = (2^k - 1) / 3$ con k pari ed n dispari sono i "numeri di Collatz". E' vera anche la seguente proposizione: "i numeri di Collatz sono infiniti". Questo semplicemente perché con k pari si possono generare infiniti numeri dispari con la forma $n = (2^k - 1) / 3$.
Si osserva che essi su un intervallo molto ampio di numeri dispari, ad esempio da 3 a 3,66504E+11 (escluso l'1), sono pochi. Nell'esempio dell'intervallo solo 40. Il Turco, quindi, fornisce la seguente tabella:

espon.	Numeri Collatz
2	1
4	5
6	21
8	85
10	341
12	1365
14	5461
16	21845
18	87381
20	349525
22	1398101
24	5592405
26	22369621
30	357913941
32	1431655765
34	5726623061
36	22906492245
38	91625968981
40	3,66504E+11

È interessante osservare che la differenza tra un numero di Collatz e quello precedente fornisce “sempre” un numero divisibile per le potenze di 8. Ad esempio:

$$341 - 85 = 256 = 2^2 \times 8^2; \quad 1365 - 341 = 1024 = 2 \times 8^3;$$

$$21845 - 5461 = 16384 = 2^2 \times 8^4; \quad 5592405 - 1398101 = 4194304 = 2 \times 8^7 .$$

Ricordiamo che 8, oltre ad essere un numero di Fibonacci, corrisponde anche alle vibrazioni fisiche di una stringa. Infatti, quando una stringa si muove nello spazio-tempo e si divide e si ricombina, un gran numero di identità matematiche devono essere soddisfatte. Queste sono le identità di Ramanujan in funzione modulare. Il diagramma a “loop” KSV (Kikkawa-Sakita-Virasoro) di interazione tra le stringhe può essere descritto usando le funzioni modulari. La “funzione di Ramanujan” (una funzione modulare ellittica che soddisfa la “simmetria conforme”) ha 24 “modalità” (24 + 2 = 26) che corrispondono alle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica. Quando la funzione di Ramanujan è generalizzata, 24 è sostituito da 8 (8 + 2 = 10), quindi, ha 8 “modalità” che corrispondono alle vibrazioni fisiche di una superstringa. (Notiamo che $24 = 8 \times 3$).

Per quanto concerne il numero 24, dalla seguente equazione modulare di Ramanujan

$$\pi = \frac{24}{\sqrt{142}} \log\left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)}\right] \quad (1),$$

e per la seguente equazione $\pi = 4\left[anti\log \frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi t x w'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')} \right] \cdot \frac{1}{t^2 w'}$, (2)

abbiamo che

$$\frac{24}{\sqrt{142}} \log\left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)}\right] = 4\left[anti\log \frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi t x w'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')} \right] \cdot \frac{1}{t^2 w'}; \quad (3)$$

$$24 = \frac{4\left[anti\log\frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi t x w'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')}\right] \cdot \frac{\sqrt{142}}{t^2 w'}}{\log\left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)}\right]}. \quad (4)$$

Per il numero 8, dall’eq. (4), otteniamo:

$$8 = \frac{1}{3} \frac{4\left[anti\log\frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi t x w'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')}\right] \cdot \frac{\sqrt{142}}{t^2 w'}}{\log\left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)}\right]}. \quad (5)$$

Ma, sempre per il numero 8, dalla seguente equazione modulare di Ramanujan:

$$\pi = \frac{4}{\sqrt{522}} \log\left[\left(\frac{5+\sqrt{29}}{\sqrt{2}}\right)^2 \left(5\sqrt{29} + 11\sqrt{6}\right) \times \left\{\sqrt{\left(\frac{9+3\sqrt{6}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{5+3\sqrt{6}}{4}\right)}\right\}^{7.5}\right],$$

otteniamo:

$$8 = 2 \cdot \frac{\pi\sqrt{522}}{\log\left[\left(\frac{5+\sqrt{29}}{\sqrt{2}}\right) \left(5\sqrt{29} + 11\sqrt{6}\right) \times \left\{\sqrt{\left(\frac{9+3\sqrt{6}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{5+3\sqrt{6}}{4}\right)}\right\}^{7.5}\right]}, \quad (6)$$

Quindi, per l’eq. (2), abbiamo che:

$$8 = 2\cdot\frac{4\left[anti\log\frac{\int_0^\infty\frac{\cos\pi txw'}{\cosh\pi x}e^{-\pi x^2 w'}dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4}w'}\phi_{w'}(itw')}\right]\frac{\sqrt{522}}{t^2w'}}{\log\left[\left(\frac{5+\sqrt{29}}{\sqrt{2}}\right)\left(5\sqrt{29}+11\sqrt{6}\right)\times\left\{\sqrt{\left(\frac{9+3\sqrt{6}}{4}\right)}+\sqrt{\left(\frac{5+3\sqrt{6}}{4}\right)}\right\}^{7.5}\right]}. \quad (7)$$

Ricordiamo, inoltre, che la (4) e la (7) sono connesse anche all’equazione fondamentale che è alla base del modello Palumbo-Nardelli:

$$-\int d^{26}x\sqrt{g}\left[-\frac{R}{16\pi G}-\frac{1}{8}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}Tr\left(G_{\mu\nu}G_{\rho\sigma}\right)f(\phi)-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi\right]=$$
$$=\int_0^\infty\frac{1}{2\kappa_{10}^2}\int d^{10}x(-G)^{1/2}e^{-2\Phi}\left[R+4\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi-\frac{1}{2}\left|\tilde{H}_3\right|^2-\frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2}Tr_v\left(\left|F_2\right|^2\right)\right]. \quad (8)$$

otteniamo quindi, per la (7):

$$8 = 2\cdot\frac{4\left[anti\log\frac{\int_0^\infty\frac{\cos\pi txw'}{\cosh\pi x}e^{-\pi x^2 w'}dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4}w'}\phi_{w'}(itw')}\right]\frac{\sqrt{522}}{t^2w'}}{\log\left[\left(\frac{5+\sqrt{29}}{\sqrt{2}}\right)\left(5\sqrt{29}+11\sqrt{6}\right)\times\left\{\sqrt{\left(\frac{9+3\sqrt{6}}{4}\right)}+\sqrt{\left(\frac{5+3\sqrt{6}}{4}\right)}\right\}^{7.5}\right]}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\int_0^\infty\frac{1}{2\kappa_{10}^2}\int d^{10}x(-G)^{1/2}e^{-2\Phi}\left[R+4\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi-\frac{1}{2}\left|\tilde{H}_3\right|^2-\frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2}Tr_v\left(\left|F_2\right|^2\right)\right]=$$
$$=-\int d^{26}x\sqrt{g}\left[-\frac{R}{16\pi G}-\frac{1}{8}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}Tr\left(G_{\mu\nu}G_{\rho\sigma}\right)f(\phi)-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi\right]. \quad (9)$$

b) *Connessioni serie numerica 1, 2, 42, 24024… → vibrazioni stringhe.*

Nel libro di Marcus du Sautoy “L’Enigma dei Numeri Primi” Ed. Rizzoli, a pagg. 526-527 l’Autore parla di una serie aritmetica di numeri interi 1, 2, 42, 24024 identificabili come particolari coefficienti della funzione zeta di Riemann, i cosiddetti ***momenti*** della funzione e delle difficoltà per i matematici degli anni ’20 (Hardy, Littlewood, Ingham, ecc…) a trovare una formula che permettesse di trovare i termini successivi di tale serie numerica. Ora, il Di Noto, dopo qualche tentativo, ha trovato una formula che potrebbe essere quella giusta, e che in questa nota proponiamo ai matematici moderni per verificarne la validità ai fini della funzione zeta e dell’ipotesi di Riemann e quindi come eventuale possibile indizio per una futura dimostrazione di quest’ultima.

La formula elaborata dal Di Noto si ricava come segue: posti *a*, *b*, *c* e *d* i primi quattro numeri della serie 1, 2, 24 e 24024, e quindi: a = 1, b = 2, c = 42 e d = 24024, è possibile ottenerli dalla formula seguente, per la quale un qualsiasi termine si può ricavare da quelli precedenti. Per esempio, per d = 24024, avremo:

$d = c\left[\left(\frac{c}{b}+a+b\right)^2 - b^2\right] = [42\times(21+1+2)^2 - 2^2] = 42\times 572 = 24024$, per cui:

$$f = c\left[\left(\frac{d}{c}\right)^2 - c^2\right] = 42\left[\left(\frac{24024}{42}\right)^2 - 42^2\right] = 42\times\left(572^2 - 42^2\right) = 42\times(327184 - 1764) = 42\times 325420 = 13667640$$

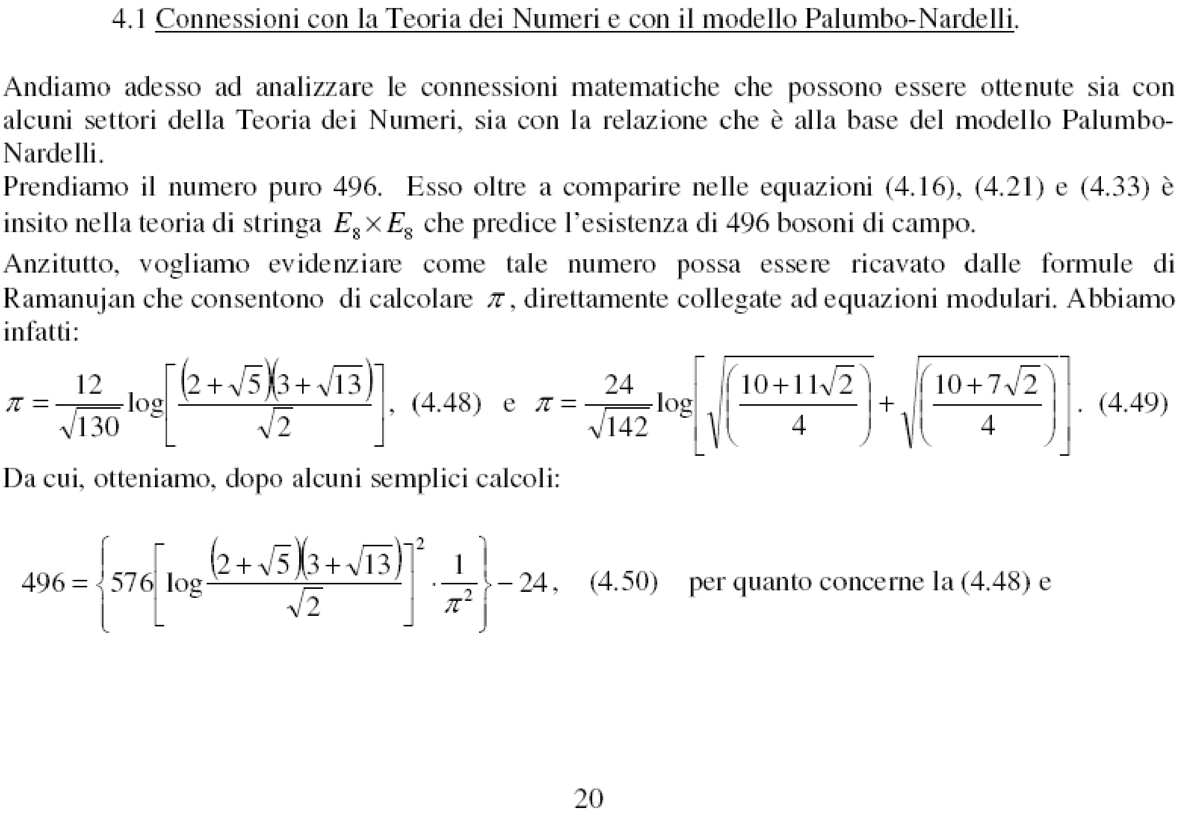
e con rapporto:

$13667640/24024 \cong 568{,}9 = 572{,}9 - 4$. Ma approssimando 572,9 a 572, avremo che: $572 - 496 = 76 = 55 + 21 =$ numeri di Fibonacci. Ricordiamo, inoltre, che il numero 496 è insito nella teoria di stringa eterotica $E_8 \times E_8$ che predice l’esistenza di 496 bosoni di campo. Inoltre $(21+1+2)^2 = 24^2 = 576$ ed approssimando 568,9 a 568 avremo che $576 - 568 = 8$ che è sia un numero di Fibonacci, sia il numero corrispondente alle vibrazioni fisiche di una superstringa, come abbiamo visto precedentemente. Inoltre:

$42/2 = 21, \quad c/b + a + b = 21 + 1 + 2 = 24$ numero corrispondente alle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica, e:

$(c/b + a + b)/(a + b) = (21 + 1 + 2)/(1 + 2) = 24/3 = 8$.

A questo punto è utile riportare alcune pagine tratte dal lavoro di M. Nardelli: "Su alcuni contributi al Programma Langlands: ulteriori connessioni tra alcuni fenomeni fisici naturali, Teoria dei Numeri e Teoria di Stringa".



4.1 Connessioni con la Teoria dei Numeri e con il modello Palumbo-Nardelli.

Andiamo adesso ad analizzare le connessioni matematiche che possono essere ottenute sia con alcuni settori della Teoria dei Numeri, sia con la relazione che è alla base del modello Palumbo-Nardelli.

Prendiamo il numero puro 496. Esso oltre a comparire nelle equazioni (4.16), (4.21) e (4.33) è insito nella teoria di stringa $E_8 \times E_8$ che predice l'esistenza di 496 bosoni di campo.

Anzitutto, vogliamo evidenziare come tale numero possa essere ricavato dalle formule di Ramanujan che consentono di calcolare π, direttamente collegate ad equazioni modulari. Abbiamo infatti:

$$\pi = \frac{12}{\sqrt{130}} \log\left[\frac{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{13}\right)}{\sqrt{2}}\right], \quad (4.48) \quad \text{e} \quad \pi = \frac{24}{\sqrt{142}} \log\left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)}\right]. \quad (4.49)$$

Da cui, otteniamo, dopo alcuni semplici calcoli:

$$496 = \left\{576\left[\log\frac{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{13}\right)}{\sqrt{2}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\pi^2}\right\} - 24, \quad (4.50)$$ per quanto concerne la (4.48) e

$$496 = \left\{ 2304 \left[\log \sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4} \right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4} \right)} \right]^2 \cdot \frac{1}{\pi^2} \right\} - 72 \,, \quad (4.51)$$ per quanto concerne la (4.49).

Notiamo, a parte il numero 496, come in tali equazioni compaiano anche i numeri 24 e 72 = 24×3.
È importantissimo sottolineare come il numero 24 corrisponda alle vibrazioni "fisiche" di una stringa bosonica.
Il numero 496 è anche dato dalla seguente somma che comprende le partizioni:

$$p(19) = 490 = 11 \cdot 44{,}5455 = 1{,}375 \cdot 8 \cdot 44{,}5455 \,; \quad p(4) = 5 \,; \quad p(1) = 1 \,.$$

Ora, $p(5m+4) \equiv 0(\bmod 5)$, per m = 0, abbiamo $p(4) = 5 \equiv 0(\bmod 5)$, perché il numero 5 è divisibile per 5. Inoltre, $p(5m+4) \equiv 0(\bmod 5)$, per m = 3, abbiamo $p(19) = 490 \equiv 0(\bmod 5)$, infatti 490 è divisibile per 5. Infine, $p(7m+5) \equiv 0(\bmod 7)$, per m = 2, abbiamo $p(19) = 490 \equiv 0(\bmod 7)$, infatti 490 è divisibile anche per 7.
Ora, 5 e 7 sono numeri primi, inoltre essi possono essere espressi anche attraverso le seguenti due relazioni comprendenti sia la sezione aurea, sia il numero (o costante) di Legendre:

$$(c)^{24} + \frac{1}{5}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \cong 7 \,, \quad (4.52) \quad \text{e} \quad (c)^{20} + \frac{1}{47}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \cong 5 \,. \quad (4.53)$$

Infine, tali espressioni per l'identità di Rogers-Ramanujan, già in precedenza citata, possono essere scritte:

$$(c)^{20} + \frac{1}{47}\left[R(q) + \frac{\sqrt{5}}{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2} \exp\left(\frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^q \frac{f^5(-t)}{f(-t^{1/5})} \frac{dt}{t^{4/5}} \right)} \right] \cong 5 \,, \quad (4.54)$$

$$(c)^{24} + \frac{1}{5}\left[R(q) + \frac{\sqrt{5}}{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2} \exp\left(\frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^q \frac{f^5(-t)}{f(-t)^{1/5}} \frac{dt}{t^{4/5}} \right)} \right] \cong 7 \,. \quad (4.55)$$

Andiamo adesso ad analizzare gli esponenti di "c", quindi i numeri puri, 20 e 24.
Abbiamo che 20 – 1 = 19 = $6 \times 3 + 1$ = primo naturale; 24 – 1 = 23 = primo normale; 20 + 1 = 21 = numero di Fibonacci; $8 \times 3 = 24$, con 8 e 3 numeri di Fibonacci.
Poi, 13 + 8 – 1 = 20 e 13 + 13 – 2 = 24, con 1, 2, 8 e 13 numeri di Fibonacci; (20 + 24) / 2 = 22 e p(8) = 22 (cioè 22 è il numero delle partizioni di 8); 20 + 2 = 22 con p(2) = 2; 20 = 15 + 5 con p(7) = 15 e p(4) = 5; 24 = 22 + 2 con p(8) = 22 e p(2) = 2 ed infine, 24 = 15 + 7 + 2 con p(7) = 15, p(5) = 7 e p(2) = 2.
Quindi, ulteriori connessioni sia con i numeri primi normali e naturali, sia con i numeri di Fibonacci ed anche con le partizioni. Le formule (4.54) e (4.55) possono allora essere connesse anche alla fondamentale formula sulle partizioni concepita dal genio S. Ramanujan:

$$p(n) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{1 \le k \le N} \sqrt{k} \left(\sum_{h \bmod k} \omega_{h,k} e^{-2\pi i \frac{hn}{k}} \right) \frac{d}{dn} \left(\frac{\cosh\left(\frac{\pi\sqrt{n-\frac{1}{24}}}{k} \sqrt{\frac{2}{3}} \right) - 1}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}} \right) + O\left(n^{-\frac{1}{4}} \right), \quad (4.55a)$$

o alla sua variante: $$p(n) \approx \frac{e^{\left(\pi\sqrt{2n/3}\right)}}{4n\sqrt{3}} \text{ per } n \to \infty. \quad (4.55b)$$

Quindi, il numero 496, corrispondente ai bosoni di campo della teoria di stringa $E_8 \times E_8$, è dato anche dalla somma delle tre partizioni p(19) + p(4) + p(1) = 490 + 5 + 1 = 496. Per la proprietà di congruenza delle partizioni, 490 è divisibile per 5 e per 7, e 5 è divisibile per 5. I numeri 5 e 7, inoltre, sono correlati alla costante di Legendre "c" ed alla sezione aurea, tramite l'identità di Rogers-Ramanujan concernente le frazioni continue di Rogers-Ramanujan.
Riguardo alle equazioni (4.17) e (4.19), inoltre, evidenziamo i seguenti numeri posti a denominatore delle frazioni: 3, 8, 12, 24, 32 e 48. Essi sono tutti, in qualche modo, correlati al numero 24. Difatti 48 è il doppio di 24 e 24 è divisibile per 3, 8 e 12. Riguardo a 32, abbiamo che $32 = 4 \times 8$, e 24 è divisibile sia per 4, sia per 8. Anche i numeri concernenti le equazioni (4.45) e (4.47) sono correlati al numero 24. Abbiamo infatti: 3, 6, 12, 18, 30, 60, 72, 90, 144, 180 e 1800. Notiamo immediatamente che 24 è divisibile per 3, 6 e 12. Riguardo agli altri numeri, abbiamo:
$18 = 3 \times 6$; $30 = 6 \times 5$; $60 = 12 \times 5$; $72 = 3 \times 24$; $90 = 5 \times 3 \times 6$; $144 = 12 \times 12$; $180 = 2 \times 3 \times 6 \times 5$.
Notiamo subito che in ognuno di tali prodotti vi sono uno o più numeri divisibili per 24.
Quindi, anche le equazioni (4.17), (4.19), (4.45) e (4.47) sono matematicamente correlabili al numero 24, corrispondente, come abbiamo detto precedentemente, alle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica. Le stesse equazioni, infine, risultano correlate anche alla relazione del modello Palumbo-Nardelli che fa derivare le stringhe fermioniche (le particelle) da quelle bosoniche (le interazioni, l'energia), che prevede quindi, insieme alla nota equazione di Einstein $E = mc^2$, che l'energia possa trasformarsi in materia. Quindi, la relazione fra stringhe bosoniche e stringhe fermioniche, alla base del modello Palumbo-Nardelli, è un perfezionamento ed una generalizzazione della relazione di Einstein che lega l'energia alla massa.
Concludendo, avremo le seguenti interessanti correlazioni:

$$\int d^{26}x\sqrt{g}\left[-\frac{R}{16\pi G}-\frac{1}{8}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}Tr\left(G_{\mu\nu}G_{\rho\sigma}\right)f(\phi)-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_{\mu}\phi\partial_{\nu}\phi\right]=$$

$$=\int_{0}^{\infty}\frac{1}{2\kappa_{10}^{2}}\int d^{10}x(-G)^{1/2}e^{-2\Phi}\left[R+4\partial_{\mu}\Phi\partial^{\mu}\Phi-\frac{1}{2}\left|\tilde{H}_{3}\right|^{2}-\frac{\kappa_{10}^{2}}{g_{10}^{2}}Tr_{\nu}\left(\left|F_{2}\right|^{2}\right)\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2(4\pi)^{6}}\int_{M_4}\left[-\frac{1}{90}TrF^{2}TrF^{2}F_{0}^{2}+\frac{1}{1800}\left(TrF^{2}\right)^{2}trR_{0}^{2}+\frac{1}{3}trR^{2}TrF^{2}F_{0}^{2}-\frac{1}{72}TrF^{2}trR^{2}trR_{0}^{2}-\frac{1}{12}\left(trR^{2}\right)^{2}trR_{0}^{2}\right]=$$

$$=\frac{1}{2(4\pi)^{6}}\left(trR^{2}-\frac{1}{30}TrF^{2}\right)\int_{M_4}\left[\frac{1}{3}TrF^{2}F_{0}^{2}-\frac{1}{60}trR_{0}^{2}TrF^{2}-\frac{1}{12}trR_{0}^{2}trR^{2}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left\{576\left[\log\frac{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{13}\right)}{\sqrt{2}}\right]^{2}\cdot\frac{1}{\pi^{2}}\right\}-24\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(c)^{20}+\frac{1}{47}\left[R(q)+\frac{\sqrt{5}}{1+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\exp\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\int_{0}^{q}\frac{f^{5}(-t)}{f\left(-t^{1/5}\right)}\frac{dt}{t^{4/5}}\right)}\right]\cong 5,$$

$$(c)^{24}+\frac{1}{5}\left[R(q)+\frac{\sqrt{5}}{1+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\exp\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\int_{0}^{q}\frac{f^{5}(-t)}{f(-t)^{1/5}}\frac{dt}{t^{4/5}}\right)}\right]\cong 7. \quad (4.56)$$

Per una completa esposizione del lavoro si rimanda il lettore al seguente link del Database Solar CNR:

http://150.146.3.132/337/01/Nardelli8.pdf