

La teoria della flessione di Navier: testimonianze delle prime applicazioni nella Francia nel XIX secolo

Chiara TARDINI

RIASSUNTO

L'oggetto di questo lavoro è la presentazione delle prime applicazioni documentate e riferite a casi reali della teoria dell'elemento inflesso formulata da Claude Navier all'inizio del XIX secolo.

Una breve premessa riassume in estrema sintesi i tratti più significativi del percorso che ha condotto alla formalizzazione della teoria dell'elemento inflesso e precede la presentazione di una applicazione della teoria di Navier alla verifica delle travi di un ponte in legno.

La scelta del materiale è dovuta al fatto che il legno è adatto, più di altri impiegati in quel periodo, per resistere a sforzi di flessione.

L'esempio illustrato nel seguito è tratto da una Nota degli *Annales des Ponts et Chaussées* nei quali sono riportati altri esempi analoghi. È interessante notare come tutti questi casi facciano riferimento alla medesima tipologia strutturale ideata e brevettata da Ithiel Town nel 1820. Si tratta di ponti pedonali provvisori, costruiti per ripristinare rapidamente la via di comunicazione. Tale schema bene rispondeva alle nuove esigenze di costruire rapidamente e a basso costo molti chilometri di infrastrutture.

La diffusione di questo schema strutturale in Francia (e successivamente nel resto d'Europa) è stata possibile grazie ai viaggi-studio e resoconti relativi effettuati da alcuni ingegneri francesi dell'*École des Ponts et Chaussées* negli Stati Uniti nei primi decenni del XIX secolo.

Di seguito viene illustrata l'applicazione della teoria di Navier alla trave del ponte di Vaudreuil di 17 metri di luce. Si tratta soltanto della verifica dello sforzo normale valutato in mezzera; non viene fatto nessun riferimento alla deformabilità, che in questo caso costituisce un problema da non sottovalutare.

ABSTRACT

The subject of this work is the documentation of the first applications to real cases of the bending theory formulated by Claude Navier early in the 19th century.

The most significant steps of the path that led to the formalization of the theory are summarized in a brief introduction; this resume precedes the presentation of an elementary application of the theory to the check of a wood bridge beam.

The choice of wood is due to the fact that wood is suitable, more than other building materials used in that period, to withstand bending stresses.

One of these cases is shown in a Note of the Annales des Ponts et Chaussées; other few examples are reported in later Notes. It is worth noting that all the reported cases refer to the same structural typology designed and patented by Ithiel Town in 1820.

Furthermore, all these structures are temporary pedestrian bridges, built to quickly restore the connection. This structural layout fits well to the need for a cheap design of infrastructures extending over several miles. The widespread of this structural scheme in France (and later in Europe as well) was possible thanks to the travels to the United States and to the travel reports by French engineers of the École des Ponts et Chaussées in the first half of the 19th century.

In the following, the application of Navier's theory to the 17 meters span Vaudreuil bridge is shown. In this case only the normal stress at midspan is checked; no reference is made to the deformability, which in this case is a real problem and should not be disregarded.

INTRODUZIONE

La ricerca di una legge universalmente valida per esprimere la portata di un elemento inflesso e, in un tempo successivo, il valore dello sforzo normale ha caratterizzato gli studi teorici e sperimentali in un arco di tempo assai ampio. Solo a partire da Galileo Galilei, tuttavia, questa ricerca ha iniziato ad acquisire una formalizzazione scientifica.

Prima dell'istituzione delle scuole di ingegneria non risulta semplice delineare il percorso del trasferimento e della diffusione delle conoscenze scientifiche. La fondazione dell'*École des Ponts et Chaussées* a Parigi nel 1747 segna una tappa significativa in questo processo, contribuendo a sistematizzare la ricerca e formalizzare il sapere. Questo spiega la preminenza francese e la ricca produzione di trattati francesi nel campo dell'ingegneria civile oltre al fatto che le prime applicazioni della teoria nella pratica costruttiva si trovano documentate negli *Annales des Ponts et Chaussées*.

Il momento in cui la scienza del costruire incomincia a divenire un riferimento per la pratica costruttiva rappresenta un punto di svolta particolarmente significativo istituendo, sia pure in modo ancora sporadico e non vincolante, un nuovo rapporto fra pratica e teoria e dando l'avvio ad una nuova concezione del progetto strutturale.

In questo lavoro viene presentato un interessante documento, presente nei citati *Annales des Ponts et Chaussées*, che illustra uno dei primi esempi di applicazione della teoria di Navier sulla flessione, relativo alla verifica di un ponte provvisorio in legno. Alla presentazione dell'esempio viene fatta precedere una breve sintesi del travagliato percorso che ha condotto alla formulazione della teoria di Navier.

1. Un lungo percorso

La lunga ricerca della soluzione al problema della flessione, espressa in termini corretti e al tempo stesso adatti all'impiego corrente, trova compimento con Claude Louis Navier (1785-1836), il quale, facendo sintesi della lunga riflessione che lo ha preceduto, sa rendere i procedimenti analitici accessibili e facilmente applicabili senza perdere in precisione.

I passi del percorso che conduce a Navier si inseriscono nel cammino avviato da Galileo Galilei (1564-1642) il quale nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, pubblicato per la prima volta nel 1638, aveva espresso la portata di un elemento inflesso (R) come direttamente pro-

porzionale al prodotto della base (b) per il quadrato dell'altezza della sezione trasversale (h) ed inversamente proporzionale alla sua lunghezza (l). In termini analitici, il criterio era stato espresso nella "regola di Galileo", una formula ampiamente nota e diffusa che resterà al centro del dibattito scientifico per lungo tempo:

$$R = k \cdot \frac{b \cdot h^2}{l} \quad (1)$$

Nella formula k è un coefficiente che tiene conto della resistenza del materiale e delle condizioni di vincolo, diversamente interpretato da Galileo e dagli studiosi del Settecento.

Oltre un secolo più tardi, dalla lettura di alcuni documenti conservati presso il *Fonds Ancien* dell'*Ecole des Ponts et Chaussées*, risulta evidente come questo concetto fosse acquisito anche se talvolta con qualche imprecisione. Il manoscritto dal titolo *Calcul de la Résistance des Jambes de force doublées pour chaque Côté de la longueur du Pont*, datato 1793, esprime infatti la portata di un elemento inflesso soltanto in funzione del prodotto della base per il quadrato dell'altezza della sezione trasversale, trascurando di considerare il contributo della lunghezza.

L'autore di un altro manoscritto, conservato presso il medesimo archivio e datato 1798, *Pont de bois - Question et majeure et neuve*, dimostra invece di aver compreso che nel confronto delle resistenze di due elementi è necessario tenere in considerazione anche le differenze di lunghezza, nel senso che resistenza e lunghezza sono inversamente proporzionali.

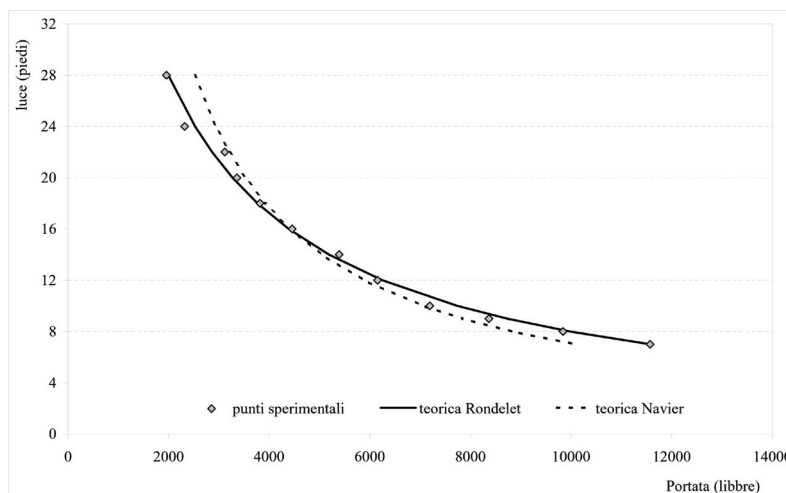


Figura 1. Confronto dati teorici e sperimentali per una trave in legno soggetta a flessione

Il *Traité theorique et pratique de l'Art de Bâtir* pubblicato da Jean Baptiste Rondelet (1743-1829) nel 1802 contiene il tentativo di interpretare analiticamente alcuni dati sperimentali dando origine a formule che, pur non corrette dal punto di vista dimensionale, riproducono piuttosto bene la realtà osservata; il diagramma di figura 1 evidenzia alcuni dati sperimentali e mette a confronto la legge proposta da Rondelet con quella corretta.

Con Jean Henri Hassenfratz (1755-1827) viene compiuto un lavoro di grande utilità pratica: in *De l'art du charpentier*, pubblicato nel 1804, viene presentata una serie di venti tabelle di portata, organizzate in base alla lunghezza dell'elemento. In esse, al variare delle dimensioni della sezione trasversale, sono forniti i valori di portata, calcolati secondo la formula indicata da Galileo, per campioni aventi le medesime condizioni di vincolo. Un aspetto significativo da sottolineare riguarda il valore attribuito da Hassenfratz al coefficiente, k che è sempre lo stesso per tutti i casi riportati in tabella e che, nelle unità di misura impiegate, risulta pari a 500; la resistenza del legno è dunque assunta costante e corrisponde a circa 75 MPa.

RÉSISTANCE du bois de chêne de 1 mètre de longueur.

H A U T E U R.

Largeur	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
0,03	40	160	360	640	1000	1440	1960	2560	3240	4000	4840	5760	6760	7840	9000	10240	11560	12960	14440	16000	17640	19360	21160	23040	25000	27040	29160	31360	33600	36000	38500	41000	43600	46300	49000	51800	54600	57600	60600	63600	66600	69600	72600	75600	78600	81600	84600	87600	90600	93600	96600	99600	102600	105600	108600	111600	114600	117600	120600	123600	126600	129600	132600	135600	138600	141600	144600	147600	150600	153600	156600	159600	162600	165600	168600	171600	174600	177600	180600	183600	186600	189600	192600	195600	198600	201600	204600	207600	210600	213600	216600	219600	222600	225600	228600	231600	234600	237600	240600	243600	246600	249600	252600	255600	258600	261600	264600	267600	270600	273600	276600	279600	282600	285600	288600	291600	294600	297600	300600	303600	306600	309600	312600	315600	318600	321600	324600	327600	330600	333600	336600	339600	342600	345600	348600	351600	354600	357600	360600	363600	366600	369600	372600	375600	378600	381600	384600	387600	390600	393600	396600	399600	402600	405600	408600	411600	414600	417600	420600	423600	426600	429600	432600	435600	438600	441600	444600	447600	450600	453600	456600	459600	462600	465600	468600	471600	474600	477600	480600	483600	486600	489600	492600	495600	498600	501600	504600	507600	510600	513600	516600	519600	522600	525600	528600	531600	534600	537600	540600	543600	546600	549600	552600	555600	558600	561600	564600	567600	570600	573600	576600	579600	582600	585600	588600	591600	594600	597600	600600	603600	606600	609600	612600	615600	618600	621600	624600	627600	630600	633600	636600	639600	642600	645600	648600	651600	654600	657600	660600	663600	666600	669600	672600	675600	678600	681600	684600	687600	690600	693600	696600	699600	702600	705600	708600	711600	714600	717600	720600	723600	726600	729600	732600	735600	738600	741600	744600	747600	750600	753600	756600	759600	762600	765600	768600	771600	774600	777600	780600	783600	786600	789600	792600	795600	798600	801600	804600	807600	810600	813600	816600	819600	822600	825600	828600	831600	834600	837600	840600	843600	846600	849600	852600	855600	858600	861600	864600	867600	870600	873600	876600	879600	882600	885600	888600	891600	894600	897600	900600	903600	906600	909600	912600	915600	918600	921600	924600	927600	930600	933600	936600	939600	942600	945600	948600	951600	954600	957600	960600	963600	966600	969600	972600	975600	978600	981600	984600	987600	990600	993600	996600	999600	1002600	1005600	1008600	1011600	1014600	1017600	1020600	1023600	1026600	1029600	1032600	1035600	1038600	1041600	1044600	1047600	1050600	1053600	1056600	1059600	1062600	1065600	1068600	1071600	1074600	1077600	1080600	1083600	1086600	1089600	1092600	1095600	1098600	1101600	1104600	1107600	1110600	1113600	1116600	1119600	1122600	1125600	1128600	1131600	1134600	1137600	1140600	1143600	1146600	1149600	1152600	1155600	1158600	1161600	1164600	1167600	1170600	1173600	1176600	1179600	1182600	1185600	1188600	1191600	1194600	1197600	1200600	1203600	1206600	1209600	1212600	1215600	1218600	1221600	1224600	1227600	1230600	1233600	1236600	1239600	1242600	1245600	1248600	1251600	1254600	1257600	1260600	1263600	1266600	1269600	1272600	1275600	1278600	1281600	1284600	1287600	1290600	1293600	1296600	1299600	1302600	1305600	1308600	1311600	1314600	1317600	1320600	1323600	1326600	1329600	1332600	1335600	1338600	1341600	1344600	1347600	1350600	1353600	1356600	1359600	1362600	1365600	1368600	1371600	1374600	1377600	1380600	1383600	1386600	1389600	1392600	1395600	1398600	1401600	1404600	1407600	1410600	1413600	1416600	1419600	1422600	1425600	1428600	1431600	1434600	1437600	1440600	1443600	1446600	1449600	1452600	1455600	1458600	1461600	1464600	1467600	1470600	1473600	1476600	1479600	1482600	1485600	1488600	1491600	1494600	1497600	1500600	1503600	1506600	1509600	1512600	1515600	1518600	1521600	1524600	1527600	1530600	1533600	1536600	1539600	1542600	1545600	1548600	1551600	1554600	1557600	1560600	1563600	1566600	1569600	1572600	1575600	1578600	1581600	1584600	1587600	1590600	1593600	1596600	1599600	1602600	1605600	1608600	1611600	1614600	1617600	1620600	1623600	1626600	1629600	1632600	1635600	1638600	1641600	1644600	1647600	1650600	1653600	1656600	1659600	1662600	1665600	1668600	1671600	1674600	1677600	1680600	1683600	1686600	1689600	1692600	1695600	1698600	1701600	1704600	1707600	1710600	1713600	1716600	1719600	1722600	1725600	1728600	1731600	1734600	1737600	1740600	1743600	1746600	1749600	1752600	1755600	1758600	1761600	1764600	1767600	1770600	1773600	1776600	1779600	1782600	1785600	1788600	1791600	1794600	1797600	1800600	1803600	1806600	1809600	1812600	1815600	1818600	1821600	1824600	1827600	1830600	1833600	1836600	1839600	1842600	1845600	1848600	1851600	1854600	1857600	1860600	1863600	1866600	1869600	1872600	1875600	1878600	1881600	1884600	1887600	1890600	1893600	1896600	1899600	1902600	1905600	1908600	1911600	1914600	1917600	1920600	1923600	1926600	1929600	1932600	1935600	1938600	1941600	1944600	1947600	1950600	1953600	1956600	1959600	1962600	1965600	1968600	1971600	1974600	1977600	1980600	1983600	1986600	1989600	1992600	1995600	1998600	2001600	2004600	2007600	2010600	2013600	2016600	2019600	2022600	2025600	2028600	2031600	2034600	2037600	2040600	2043600	2046600	2049600	2052600	2055600	2058600	2061600	2064600	2067600	2070600	2073600	2076600	2079600	2082600	2085600	2088600	2091600	2094600	2097600	2100600	2103600	2106600	2109600	2112600	2115600	2118600	2121600	2124600	2127600	2130600	2133600	2136600	2139600	2142600	2145600	2148600	2151600	2154600	2157600	2160600	2163600	2166600	2169600	2172600	2175600	2178600	2181600	2184600	2187600	2190600	2193600	2196600	2199600	2202600	2205600	2208600	2211600	2214600	2217600	2220600	2223600	2226600	2229600	2232600	2235600	2238600	2241600	2244600	2247600	2250600	2253600	2256600	2259600	2262600	2265600	2268600	2271600	2274600	2277600	2280600	2283600	2286600	2289600	2292600	2295600	2298600	2301600	2304600	2307600	2310600	2313600	2316600	2319600	2322600	2325600	2328600	2331600	2334600	2337600	2340600	2343600	2346600	2349600	2352600	2355600	2358600	2361600	2364600	2367600	2370600	2373600	2376600	2379600	2382600	2385600	2388600	2391600	2394600	2397600	2400600	2403600	2406600	2409600	2412600	2415600	2418600	2421600	2424600	2427600	2430600	2433600	2436600	2439600	2442600	2445600	2448600	2451600	2454600	2457600	2460600	2463600	2466600	2469600	2472600	2475600	2478600	2481600	2484600	2487600	2490600	2493600	2496600	2499600	2502600	2505600	2508600	2511600	2514600	2517600	2520600	2523600	2526600	2529600	2532600	2535600	2538600	2541600	2544600	2547600	2550600	2553600	2556600	2559600	2562600	2565600	2568600	2571600	2574600	2577600	2580600	2583600	2586600	2589600	2592600	2595600	2598600	2601600	2604600	2607600	2610600	2613600	2616600	2619600	2622600	2625600	2628600	2631600	2634600	2637600	2640600	2643600	2646600	2649600	2652600	2655600	2658600	2661600	2664600	2667600	2670600	2673600	2676600	2679600	2682600	2685600	2688600	2691600	2694600	2697600	2700600	2703600	2706600

L'espressione semplificata per il calcolo dello sforzo normale massimo, nel caso in cui la sezione trasversale retta della trave DD' sia rettangolare (base b e altezza c), è pari a:

$$R' = \frac{p}{b \cdot c} \cdot \left[\left(a + \frac{1}{2} a' \right) \cdot \tan \alpha + \frac{3a^2}{c} \right] \quad (2)$$

dove:

R' è lo sforzo normale massimo in C, sezione di mezzeria dell'impalcato,

p è l'intensità del carico uniformemente distribuito sull'impalcato.

I dati geometrici sono indicati in figura 3.

Indicando con N e M rispettivamente l'azione assiale e il momento flettente in DD' e con A e W rispettivamente l'area e il modulo di resistenza della sezione trasversale, la formula si può facilmente riscrivere come:

$$R' = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

3. Calcolo di portata di una trave da ponte secondo la teoria della flessione di Navier.

Riveste particolare interesse individuare i primi esempi in cui la teoria della flessione di Navier sia stata applicata alla pratica costruttiva. La documentazione dei primi impieghi dei nuovi strumenti di calcolo della meccanica delle strutture è presente negli *Annales dell'École des Ponts et Chaussées*. Nelle note allegate al primo volume del 1841 vengono documentati i primi esempi di impiego della teoria della trave inflessa di Navier ad alcuni semplici casi, in particolare quello qui ripreso della campata del ponte di Vaudreuil che, crollata a causa di un'inondazione, viene ricostruita in legno utilizzando lo schema strutturale brevettato da Ithiel Town negli Stati Uniti d'America nel 1820 e perfezionato nel 1835. Le nuove formule vengono applicate come semplice verifica di opere concepite ancora sulla base di criteri intuitivi e dell'esperienza.

3.1. Lo schema strutturale di Ithiel Town

La grande apertura a quanto di nuovo ed interessante accade oltre il confine francese caratterizza da sempre l'*École des Ponts et Chaussées*. Nei primi decenni del XIX secolo grande curiosità ed interesse si rivolgono alle nuove tipologie strutturali di ponti in legno che caratterizzano negli Stati Uniti l'inten-

sa attività di costruzione di strade e ferrovie e si accompagnano ad una numerosa serie di brevetti. La Francia mostra grande interesse per la razionalizzazione del progetto che, imposta dalle esigenze di standardizzazione del mondo americano, porta alla definizione di schemi semplici, ripetibili e versatili. L'esperienza francese, a sua volta, ha da offrire una nuova sapienza razionalizzata e formalizzata, la nuova scienza del costruire. In questo contesto, la semplicità della tipologia strutturale proposta e brevettata da Ithiel Town ha permesso l'applicazione della teoria della trave inflessa di Navier.

Nel contesto di espansione di nuove infrastrutture Town, ritiene fondamentale privilegiare la convenienza economica, la solidità e la lunga durata; per questo è necessario che la struttura sia facilmente riparabile. In figura 4 sono riportati i disegni relativi ai ponti realizzati secondo questo sistema. Per aumentare la durabilità del legno vengono impiegati una struttura di copertura ed un rivestimento scatolare esterno.

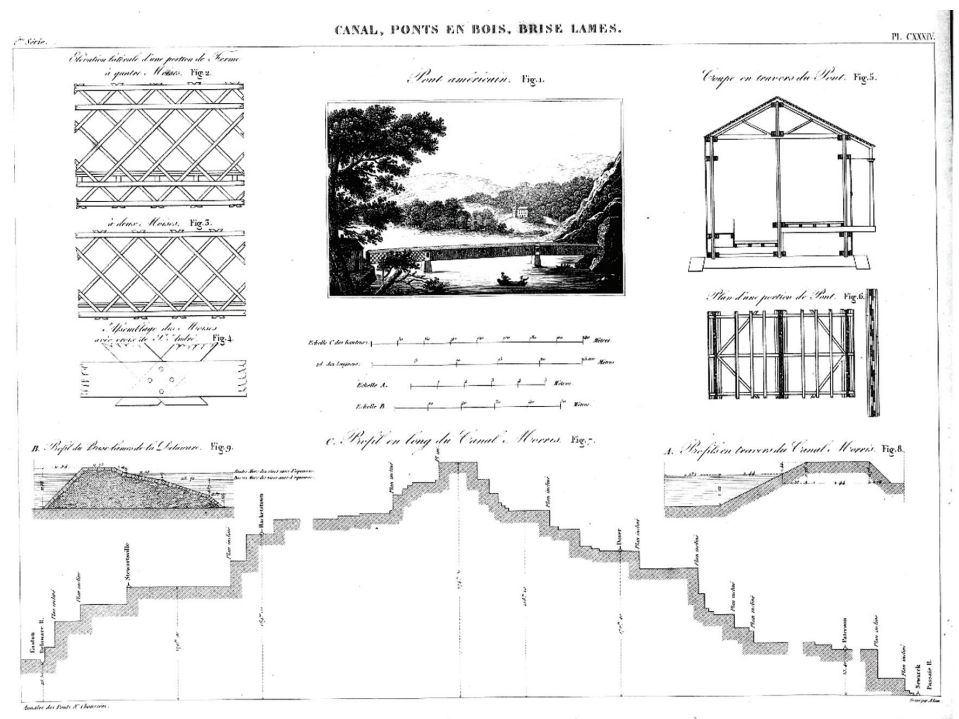


Figura 4. Sistema Town *Annales des Ponts et Chaussées*

La disposizione orizzontale dell'impalcato, dettata dalle nuove esigenze di traffico (in particolare ferroviario), costituisce un enorme vantaggio anche a livello strutturale: la trave orizzontale infatti non esercita nessun tipo di spinta sulle pile e sulle spalle e, al tempo stesso, facilita il passaggio delle imbarcazioni. Un altro indubbio vantaggio offerto da questo sistema è costituito dalla semplicità di realizzazione della struttura, che non richiede l'abilità di carpentieri specializzati; in questo modo è possibile contenere i costi.

Inoltre l'utilizzo di elementi di piccole dimensioni, la facilità di sostituzione di elementi ammalorati, l'eliminazione dei giunti a tenone e mortasa e degli intagli, insieme agli accorgimenti volti ad aumentare la durabilità della struttura contribuiscono alla riduzione di manodopera specializzata e quindi, nuovamente, alla limitazione dei costi.

Tutto questo era stato pensato e brevettato da Town proponendo, per le travi da ponte, una struttura a graticcio formata da due serie di elementi paralleli, fra loro ortogonali, inclinati di 45 gradi. Le connessioni sono garantite dalla presenza di tre o quattro perni in legno per ciascun nodo. La lunghezza degli elementi del graticcio è funzione dell'altezza del sistema che costituisce la trave; Town indica come ideale il rapporto di 1/10 tra l'altezza della trave e la luce. Questo criterio non deriva dal calcolo ma è frutto del procedimento empirico, in cui le proporzioni della struttura derivano dall'esperienza di realizzazioni precedenti.

3.2. Il ponte di Vaudreuil

I primi esempi documentati dell'applicazione della teoria della flessione a casi strutturali reali sono relativi alla verifica a flessione di strutture provvisorie e temporanee, spesso finalizzate alla realizzazione di altre opere o per il rapido ripristino di strutture in muratura danneggiate o demolite.

La *Notice* n° 9 contenuta nel volume del primo semestre del 1841 degli *Annales des Ponts et Chaussées* riporta la relazione dell'ingegner Joseph Alexandre Tonnet De Saint Claire riguardo al progetto e alla realizzazione di un ponte provvisorio nei pressi di Vaudreuil.

L'inondazione straordinaria verificatasi nel gennaio 1841 aveva causato il collasso della pila centrale e il crollo delle due campate adiacenti, per cui la parte da ripristinare aveva una lunghezza di circa 17 metri. La soluzione di un impalcato in legno si era presentata come la più semplice e la più economica. Il

ripristino tempestivo del ponte si rendeva necessario per ristabilire, pur in maniera provvisoria, la via di comunicazione.

La presenza di macerie nel letto del fiume, insieme alla violenza e all'altezza delle acque, avevano suggerito di utilizzare un'unica travata in legno. L'idea iniziale di impiegare una serie di puntoni per ridurre la luce della trave venne abbandonata perché la pila esterna non era in grado di resistere alla spinta che avrebbero esercitato i puntoni e la soluzione con contraffissi avrebbe ristretto eccessivamente la zona di passaggio per le barche. Per ovviare a questi inconvenienti le caratteristiche della soluzione ideale venivano a coincidere con i principi del sistema brevettato da Ithiel Town; per questo motivo il progettista fu indotto ad utilizzare questa soluzione. I particolari sono mostrati in figura 5.

L'anima di ciascuna trave è formata da dodici croci di Sant'Andrea; ogni croce a sua volta è composta da due elementi in abete di 25 centimetri di larghezza, 8 centimetri di spessore e 3,05 metri di lunghezza. Questi elementi sono collegati tra di loro senza intagli e sono giuntati mediante tre perni in legno di rovere di 3,7 centimetri di diametro.

I correnti longitudinali, in legno di rovere, sono alti 25 centimetri, spessi 15 centimetri e lunghi 23,50 metri; la distanza tra il corrente superiore e quello inferiore è di 1,45 metri. La larghezza netta del ponte è di 3,6 metri.

Sul corrente inferiore della trave poggiano ventiquattro travetti realizzati in legno di quercia, posti ad un interasse di 85 centimetri e lunghi 4,5 metri; la sezione trasversale ha base di 10 centimetri ed altezza di 20. Tonnet De Saint-Claire osserva che le dimensioni di questi travetti sono troppo ridotte rispetto alle azioni che devono sostenere e sottolinea che sotto l'effetto di carichi elevati si registrano deformazioni consistenti: sarebbe stato necessario aumentarne l'altezza o armarli in modo da ottenere una maggior resistenza.

La relazione prosegue con un paragrafo riguardante il calcolo della resistenza delle travi, normalmente non presente in questo tipo di relazione. È interessante notare che questo paragrafo è collocato dopo la descrizione della struttura, della realizzazione e della messa in opera. Si configura quindi piuttosto come verifica che come progetto degli elementi. Il momento resistente delle due travi è correttamente espresso considerando il momento di inerzia di una sezione costituita dai correnti superiori ed inferiori, assumendo che siano rigidamente connessi dalle

diagonali. La formula utilizzata fa esplicito riferimento al testo di Navier:

$$\rho = \frac{R \cdot a \cdot (b'^3 - b''^3)}{6 \cdot h'} \quad (3)$$

dove:

a indica la larghezza complessiva dei quattro correnti (4x15 centimetri) = 60 centimetri

b' rappresenta l'altezza totale della trave = 1,95 metri

b'' è la distanza interna tra il corrente superiore e quello inferiore = 1,45 metri

R è la resistenza del legno = 600.000Kg/m²

ρ è il momento resistente sviluppato dalle due travi = 134.346 Kgm

Il momento resistente deve essere minore o uguale al momento generato dalle forze esterne, che è correttamente espresso come:

$$M = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c^2 \quad (4)$$

dove:

p rappresenta l'intensità del carico distribuito sulla trave,

c indica metà della lunghezza della campata.

Il peso complessivo della struttura, lunga 17 metri, è di 23.000 kilogrammi, equivalente ad un carico per unità di lunghezza di 1353 Kg/m.

Poiché la larghezza del ponte è di 3,6 metri, e poiché si ipotizza un carico accidentale di 200 Kg/m², corrispondente a 720 Kg/m, si ottiene un valore di carico complessivo pari a:

$$p = 1353 + 720 = 2073 \text{ Kg/m}$$

Pertanto il valore del momento è:

$$M = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c^2 = \frac{2073 \cdot 8,5^2}{2} = 74.628 \text{ Kgm}$$

Confrontando i valori ottenuti è evidente che il momento sollecitante è pari al 55% circa del momento resistente.

Per questo motivo, prosegue Tonnet De Saint-Clair, è stato deciso di adottare in tutta sicurezza le dimensioni indicate nel calcolo di verifica.

Quest'ultima è formalmente corretta per quanto riguarda la flessione; mancano però la verifica a taglio, cioè degli elementi diagonali e, soprattutto,

quella di deformabilità. Dal calcolo del rapporto tra l'altezza della trave (1,95 metri) e la luce della campata (17 metri circa) si ottiene un valore compreso fra 1/8 e 1/9, superiore a quelli suggeriti da Town (1/10 - 1/12), che lascerebbe presupporre una buona rigidezza della trave.

Dopo circa tre settimane il ponte fu aperto al traffico ma dopo solo sei giorni di servizio furono misurati in mezzera della trave spostamenti di circa 8 centimetri, pari a circa 1/200 della luce.

Malgrado quindi fossero rispettate le proporzioni suggerite, l'impalcato si rivelò molto deformabile: la regola proposta da Town non era di per sé sufficiente. Anche la verifica a flessione, che porta ad un giudizio favorevole sulla portata, è probabilmente stata effettuata sottostimando i carichi; è comunque evidente che in questo caso occorre affiancare la verifica di deformabilità alla verifica di resistenza.

Gli spostamenti dell'impalcato furono tenuti sotto osservazione per un certo periodo; sei settimane più tardi si riscontrò un valore della freccia doppio rispetto a quello inizialmente rilevato, pari a circa 1/100 della luce e fu decisa l'aggiunta di cinque croci di Sant'Andrea nella parte centrale della campata, come mostrato in figura 5, al fine di aumentare la rigidezza ed evitare un ulteriore incremento della freccia.

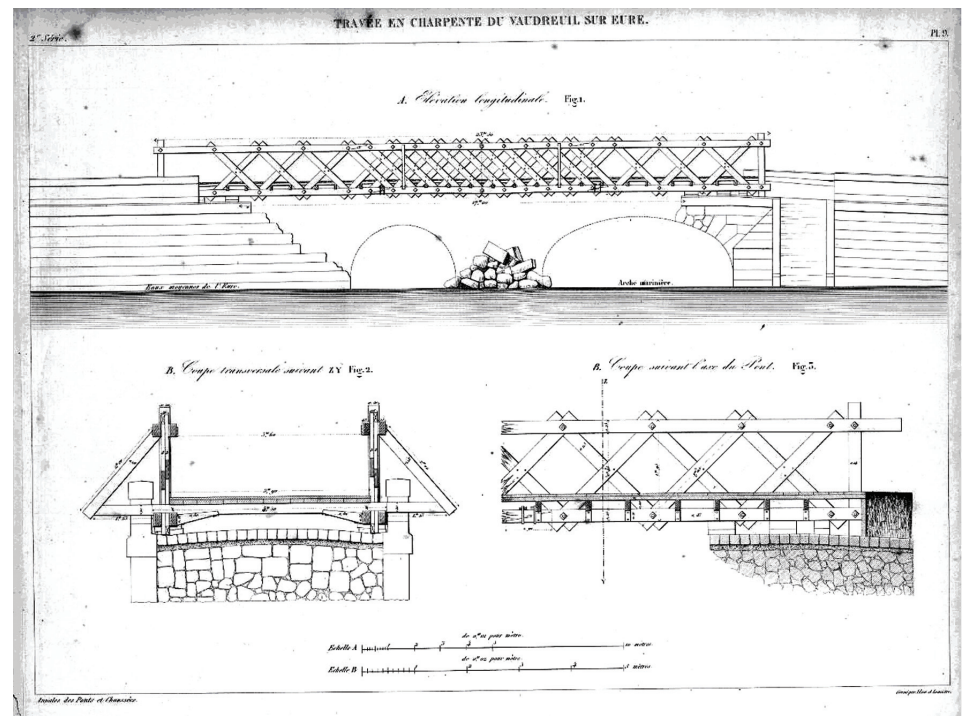


Figura 5. Particolari del ponte di Vaudreuil.

4. CONCLUSIONI

Il periodo di tempo preso in esame è caratterizzato dall'intrecciarsi delle formulazioni teoriche e della ricerca sperimentale; quest'ultima è variamente impiegata come fonte di suggerimenti nella ricerca di regole di interpretazione dei fenomeni reali o come conferma di leggi fisiche.

È interessante notare che le prime applicazioni documentate della teoria di Navier si riferiscono a procedimenti di verifica di strutture esistenti e non al progetto di nuove. Questo non stupisce se si considera che la logica deduttiva, tipica del procedimento scientifico, porta direttamente alla formulazione di criteri di verifica di strutture esistenti e solo in un secondo tempo adatta le procedure alle esigenze del progetto, cioè di ricerca di dimensioni appropriate per gli elementi strutturali. La soluzione progettuale proposta da Town (altezza trave / luce coperta >1/10) segue ancora i criteri suggeriti dalla vecchia pratica del costruire.

Infine è da evidenziare il fatto che nel caso proposto viene effettuata la verifica della resistenza ma manca ancora quella di deformabilità, che in questo caso mostra di costituire un problema da non sottovalutare

BIBLIOGRAFIA

- Annales des Ponts et Chaussées, 1841. *Sur une travée en charpente construite au Vaudreuil route royale de Mantes à Rouen, dans le système des ponts américains de M. Town*, 1ere semestre, pp. 303-309.
- Benvenuto E. 1981. *La Scienza delle Costruzioni ed il suo sviluppo storico*, Firenze, Sansoni.
- École Nationale des Ponts et Chaussées, Fonds Ancien, 1793. *Calcul de la Résistance des Jambes de force doublées pour chaque Côté de la longueur du Pont*, MS 2613, Paris.
- École Nationale des Ponts et Chaussées, Fonds Ancien, 1798. *Pont de bois - Question et majeure et neuve*, MS 233, Paris.
- EN 338:(2003) Structural timber – Strength classes.
- Galilei G. 1638. *Discorso intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e i movimenti locali*, Leida, Elsevirii.
- Hassenfratz J.H. 1804. *Traité de l'art du charpentier*, Paris, Firmin Didot.
- Navier C.L.M.H. 1826. *Résumé des Leçons Donnés a L'École des Ponts et Chaussées sur l'Application*

de la Mécanique à L'Établissement des Construction et des Machines, Paris, Firmin Didot.

- Parisi M.A., Tardini C. 2011. *Historical knowledge in the preservation of heritage timber structures*, in Atti dell'International Conference on Structural Health Assessment of Timber Structures, Lisbona, 16 – 17 Giugno.

- Rondelet J.B. 1802. *Traité theorique et pratique de l'art de bâtir*, Paris, presso l'autore.

Silliman B. 1821. *The American Journal of Science (and Arts)*, Converse, New Haven, vol. III, pp. 158-166.

- Tardini C. 2012. *Dalla Rule of thumb agli inizi della scienza del costruire in Francia (1716-1841): i ponti in legno*, Tesi di Dottorato, Facoltà di Architettura, Politecnico di Milano.

- Tardini C., Chesi C. 2012. *A new concept in bridge design in the 19th century: Ithiel Town's timber bridges* in Atti del 8th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, Wroclaw, 15–17 Ottobre.

- Timoshenko S. 1953. *History of strength of materials*, New York, Dover.

- Todhunter I., Pearson K. 1886. *A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials*, Cambridge, New York.

- Town I. 1821. *A Description of Ithiel Town's Improvement in the Construction of Wood and Iron Bridges*, New York, presso l'autore.

United States Patent and Trademark Office, Patent n° 3169X, rilasciato il 28 Gennaio 1820.

- United States Patent and Trademark Office, Patent n° 8743X, rilasciato il 3 Aprile 1835.

- Varenne de Fenille P.C.M. 1792. *Mémoires sur l'administration forestière et sur les qualités des bois indigènes*, Bourg, Philpon.

Chiara TARDINI, Architetto e Dottore di Ricerca in Conservazione dei Beni Architettonici nel Marzo 2012.

Assegnista di ricerca presso il Politecnico di Milano da Settembre 2012.

È membro del progetto internazionale di ricerca COST (European Cooperation in Science and Technology), e dei progetti Re.L.U.I.S. D.P.C. 2005-2008 e D.P.C. 2010-2013.