FIBONACCI, DIMENSIONI, STRINGHE: NUOVE INTERESSANTI CONNESSIONI

Francesco Di Noto e Michele Nardelli[1,2]

[1] Dipartimento di Scienze della Terra
Università degli Studi di Napoli Federico II, Largo S. Marcellino, 10
80138 Napoli, Italy

[2] Dipartimento di Matematica ed Applicazioni "R. Caccioppoli"
Università degli Studi di Napoli "Federico II" – Polo delle Scienze e delle Tecnologie
Monte S. Angelo, Via Cintia (Fuorigrotta), 80126 Napoli, Italy

Riassunto

In questo lavoro si mostrano semplici ma interessanti connessioni tra i numeri F di Fibonacci F = 1,2,3,5,8,13 e i numeri D corrispondenti alle dimensioni spazio -temporali coinvolte nelle teorie di stringa, con D = 2F, formula che potrebbe essere la condizione limitante (o una delle condizioni limitanti) circa i modi di vibrazioni delle stringhe, le quali possono vibrare solo con certi numeri D, come 10 e 26 per le stringhe eterotiche, e non con altri. Inoltre potrebbe esistere una connessione tra le simmetrie dei gruppi algebrici di Lie, importanti nel Modello Standard, e i numeri D = 2F.

Se così fosse veramente, l'intero nostro universo visibile poggerebbe, dal punto di vista matematico, quasi interamente sui numeri di Fibonacci, oltre che sui numeri primi, i numeri primi naturali, ed anche sui numeri di partizioni p(n), coinvolti nelle teorie sulla gravitazione ma anche nelle teorie di stringa, e i numeri p-adici, coinvolti nelle teorie di stringa. Ci sarebbe quindi un solido ponte tra la fisica teorica e alcuni settori della teoria dei numeri (numeri di Fibonacci con la formula D =2F, numeri primi sottoforma di numeri primi naturali, di forma 6F ± 1, numeri p –adici, e infine i numeri di partizione; tutti numeri con curve logaritmiche, molto diffuse in parecchi fenomeni naturali.

Citeremo all'inizio di questo lavoro alcuni brani pertinenti tratti dal libro "Iperspazio", ed. Macroedizioni, di Mikio Kaku (studioso giapponese della teoria delle stringhe), per poi trarre le dovute conclusioni aritmetiche e logiche in base ai numeri coinvolti tratti dai brani citati.

Nello studio del Modello Standard possiamo trovare delle semplici connessioni matematiche, addirittura aritmetiche, tra il numero delle dimensioni spazio-temporali in cui possano vibrare le stringhe, e la nota serie dei numeri di Fibonacci, che già rientrano nelle frequenze di vibrazioni delle stringhe medesime (frequenze identificabili nei numeri primi naturali accennati in Abstract), Rif. 1. Il primo brano lo riportiamo da pag. 240 del suddetto libro "Iperspazio":

"… La teoria delle stringhe fa derivare le particelle della materia dalla risonanza vibrante della stringa. E dalla teoria delle stringhe si può peraltro giungere anche alle equazioni di Einstein, semplicemente supponendo che la stringa compia un movimento consequenziale e

coerente nello spazio – tempo. In tal modo, giungiamo ad una teoria globale, che abbraccia sia la materia energia (da vibrazioni delle stringhe fermioniche e bosoniche rispettivamente, N.d.A.A.) sia lo spazio – tempo (sottoforma, come vedremo, di ben determinati numeri di dimensioni spazio – temporali, N.d.A.A.).

Le limitazioni imposte dalle condizioni di coerenza sono sorprendentemente rigide. Per esempio, impediscono alla stringa di muoversi in tre o quattro dimensioni. Vedremo come tali condizioni di coerenza costringono la stringa a muoversi soltanto in uno specifico numero di dimensioni. In pratica, ci sono due soli "numeri magici" nella teoria delle stringhe vale a dire 10 e 26. Fortunatamente, una teoria delle stringhe definita in queste dimensioni ha "spazio a sufficienza per unificare tutte le forze fondamentali".

Abbiamo, quindi, i due numeri 10 e 26, dai quali arriveremo in seguito a numeri più piccoli, e ai numeri F di Fibonacci (in teorie precedenti si parlava anche di 42 dimensioni, ora però non più prese in considerazione, limitandosi ad un massimo di 26 dimensioni). Vediamo ora, da altri brani del libro tali numeri più piccoli, derivati da 10 e da 26. Pag 275, Note al capitolo VII:

"9. Proviamo ad esaminare la ricompattazione in termini di una completa stringa eterotica, dotata di due vibrazioni diverse: una nel contesto di uno spazio – tempo a 26 dimensioni e l'altra nel comune spazio – tempo a 10 dimensioni. Giacchè 26 – 10 ci dà 16, possiamo ipotizzare che 16 delle 26 dimensioni si siano ripiegate, vale a dire "ricompattate" in una qualche varietà, consegnandoci quindi una teoria decadimensionale. Chiunque si trovasse a passeggiare lungo una qualsiasi di queste sedici dimensioni si ritroverebbe nello stesso posto".

Ma il mondo decadimensionale poi si scinde, a sua volta, in un mondo a 4 dimensioni (tre spaziali ed una temporale, il mondo in cui viviamo) e in un gruppo di 6 dimensioni compattate. Pag. 303:

" … Il Big Bang, come vedremo, si è probabilmente originato dal collasso di un universo decadimensionale (da 10 = 26 -16, vedi brano precedente,N.d.A.A.), che si è spaccato in due universi, uno dotato di quattro dimensioni, e uno dotato di sei dimensioni (ecco due numeri più piccoli, 4 e 6, ai quali accennavamo prima, N.d.A.A.).

Di conseguenza possiamo considerare la storia del Big bang come la storia dello smembramento dello spazio decadimensionale e quindi di tutte le simmetrie unificate che gli appartenevano (e da qui la relazione con i gruppi algebrici di simmetria, o gruppi di Lie, vedi Rif. 2, N.d.A.A.)

Si tratta quindi del tema di questa nostra esplorazione, anche se alla rovescia.

Ora possiamo capire perchè ricostruire le dinamiche del Big Bang sia estremamente difficoltoso non c'è proprio da meravigliarsene! In effetti, procedendo a ritroso nel tempo, stiamo contemporaneamente ricomponendo i cocci dell'universo decadimensionale ".

Ora, abbiamo già i numeri (oltre al 42 non più usato), in ordine decrescente:26, 16, 10, 6, 4 Manca però ancora il 2, che ritroviamo nel brano seguente, pag. 276:

"…Giacchè 4 -2 =2, i quattro campi originari di Maxwell vengono ridotti a due. Analogamente, una stringa relativistica vibra in 26 dimensioni. Tuttavia, allorché spezziamo la simmetria della stinga, possiamo rimuovere due di queste modalità vibratorie, lasciando le altre 24, che sono proprio quelle che compaiono nella funzione di Ramanujan"

(Vedi Rif. 3- On some mathematical connections … Ramanujan's modular function…")

Ora, dividendo semplicemente per 2 tutti i numeri ricavati dai suddetti brani citati, e in ordine crescente, abbiamo:

2/2 = 1
4/2 = 2
6/2 = 3
10/2 = 5
16/2 = 8
26/2 = 13
(42/2 = 21 sebbene 42 non sia più considerato)

Abbiamo ottenuto i primi sei numeri della serie di Fibonacci!
Tralasciando tutto il resto, e concentrandoci solo su questo notevole risultato matematico, possiamo dire con certezza che a determinare il numero D di dimensioni in cui le stringhe possono vibrare , per via delle limitazioni citate nel primo brano, sono chiaramente i numeri F di Fibonacci, con la semplicissima formula D = 2F, con F da 1 a 13, che ci danno i numeri di dimensioni, compattate o no che siano, e coinvolte nelle teorie di stringa: 2, 4, 6, 10, 16, 26. Tale limitazione avviene a monte di tutto, poiché le frequenze di vibrazione delle stringhe ne sono una conseguenza, e il numero che esprime le loro frequenze è un numero primo naturale, che coinvolge ancora i numeri di Fibonacci, con la forma dei numeri primi naturali Pn = 6F +1 (vedi Rif. 1)
Ecco quindi un nuovo asse matematico del ponte tra le teorie di stringa, e quindi la realtà fisica, con la Teoria dei numeri. Una possibile connessione tra i numeri primi naturali con i gruppi di Lie è che tali numeri sono fattori
del numero di elementi di tali gruppi, con una frequenza superiore alla media rispetto ai numeri primi normali (vedi Rif.2 e Nota finale 1 di questo lavoro).

Non solo quindi la simmetria come trave pilastro portante del Modello Standard e delle Teorie di stringa (ed anche delle possibili TOE - Teorie del Tutto, conseguenti), ma anche la Teoria dei numeri potrebbe considerarsi un altro importante pilastro, tramite i numeri della serie di Fibonacci, i numeri primi , i numeri primi naturali, i numeri p-adici, ecc.
I numeri di Fibonacci, per esempio, conferiscono stabilità e regolarità a molti fenomeni naturali (anche come possibili e profonde conseguenze della limitazione iniziale D = 2F ?), a cominciare dalle stesse stringhe per rispuntare poi nella stabilità nucleare (Rif. 4), o in fenomeni macrocosmici e visibili come spirali di pigne, girasoli, conchiglie, galassie, ma anche nelle orbite dei pianeti, nella riproduzione dei conigli, ecc.
E forse anche nelle proporzioni tra materia-energia visibile (circa il 5%) e la materia oscura (circa il 20%) e l'energia oscura (circa il 75%) giacchè la materia-energia visibile è dovuta a vibrazioni di stringa connesse ai numeri primi naturali, mentre la materia oscura solo ai numeri primi normali, e l'energia oscura ai fattori non primi.

<u>Possibili ulteriori connessioni tra i gruppi di Lie, i numeri di Fibonacci F e di dimensioni D = 2F</u>

E' possibile connettere in qualche modo i numeri F di Fibonacci, i numeri D di dimensioni D = 2F, e i numeri E (numero di elementi) dei gruppi di Lie? Un primo tentativo è quello di fattorizzare questi ultimi numeri E, e di osservarne i fattori primi e non primi: si notano i numeri di Fibonacci e i numeri di dimensioni D = 2F, come da tabella seguente:

E	Fattori primi	F = Fibonacci	D = Dimensioni
14	*2* x *7*	2	2
52	2 x 2 x *13*	2; 13	2, 4, 26
	4 x *13*, 2 x 26,		26 – 2 = 24
78	*2* x *3* x *13*	2, 3, 13	2, 6, 26
		2 + 3 = 5	5 x 2 = 10
133	*7* x *19*	13 = (7 + 19/2)	7+19 = 26
248	*2* x *2* x *2* x *31*	2, 8 = 2^3	2, 4, 8,
			16 = 2 x 8
7920	*2*^4 x *3*^2 x *5* x *11*	2,3,5, 8,	2,4,8,16
		13 = 5+8	26= 2 x 11 + 4
		13= 2+11	20 = 5 x 4
		21 = 11 + (2 x 5)	
…	…	…	…

Come si vede, tra i fattori primi sono direttamente presenti i numeri di Fibonacci 2, 3,13, e indirettamente anche 5= 2+3, 8 = 2 x 4, 21 = 11 + (2x 5); e tra i fattori composti ci sono anche molti numeri D, sia direttamente 2, 4, 8, 26, sia indirettamente 10 = 2 x 5, 16 = 2 x 8.

Notiamo, inoltre, che 8 rappresenta il numero delle vibrazioni fisiche di una superstringa, ed è dato dalla seguente equazione modulare di Ramanujan:

$$8 = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\left[anti\log \frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi txw'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')} \right] \cdot \frac{\sqrt{142}}{t^2 w'}}{\log \left[\sqrt{\left(\frac{10 + 11\sqrt{2}}{4} \right)} + \sqrt{\left(\frac{10 + 7\sqrt{2}}{4} \right)} \right]},$$

mentre, 24, che corrisponde al numero delle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica, è dato dalla seguente equazione modulare:

$$24 = \frac{4\left[anti\log \frac{\int_0^\infty \frac{\cos \pi txw'}{\cosh \pi x} e^{-\pi x^2 w'} dx}{e^{-\frac{\pi t^2}{4} w'} \phi_{w'}(itw')} \right] \cdot \frac{\sqrt{142}}{t^2 w'}}{\log \left[\sqrt{\left(\frac{10 + 11\sqrt{2}}{4} \right)} + \sqrt{\left(\frac{10 + 7\sqrt{2}}{4} \right)} \right]}.$$

Un altro tentativo, anche questo interessante, è la simmetria della progressione geometrica tra tre numeri particolari consecutivi, per esempio fattoriali, di Fibonacci, ecc..
Com'è noto, le simmetrie descritte nel modello Standard derivano dai gruppi di permutazioni, e queste si calcolano con i fattoriali n! I primi fattoriali sono:

1!= 1
2! = 2
3! = 6
4! = 24
5!= 120
6!= 720
7!= 5040
… …

Alcuni di essi sono presenti come fattori non primi dei numeri E (numero di elementi dei gruppi di Lie), e che, moltiplicati per F oppure per D e aggiunti a numeri di Fibonacci o di Dimensioni, danno come risultato proprio E, come da tabella seguente:

E	=	n! F (n! xD)	+	F oppure D	
14	=	6 x 2	+	2	
52	=	24 x 2	+		4
78	=	24 x 3	+		6
78	=	6 x 13			
133	=	24 x 5	+	13	
133	=	120	+	13	
248	=	24 x 10	+	8	
248	=	120 x 2	+	8	
7920	=	120 x 66			
7920	=	120 x 6 x 11 con D = 6			
7920	=	720 x 11		F = 3 + 8 = 11	
7 920	=	5 040	+	2880	
7 920	=	5 040	+	2^6 x 3^2 x 5	

D = 2, 4, 6, 10, 16, 20, 24 = 5x4 + 2x2
F = 2, 3, 5, 8 con 2 x 3 x 5 x 8 = 240
e 2880 = 320 x 9 = (240+80) x 9
… … … … …

La stessa composizione di massima (E = n! x F + F oppure D ecc), si può trovare per E ancora più grandi, per es. 175 560, ecc.. In ogni caso, E contiene un fattoriale per un numero di Fibonacci o Dimensione, più uno o più numeri di Fibonacci o Dimensione, cosa che potrebbe essere molto importante . Ma torniamo alle simmetrie. Per esempio, con tre fattoriali successivi:

3!	**4!**	**5!**
6	**24**	**120**
a	**b**	**c**

Sembra una progressione geometrica, ma non lo è, poiché 6 x 4 = 24 ma 24 x 4 = 96, mentre 120 = 24 x 5 , da questi tre numeri possiamo ricavare una progressione geometrica nel seguente modo:
prodotto ac = 6 x 120 = 720
media geometrica m.g. = √ac = √720 = 26,832815
rapporto r = c/a = 120 / 6 = 20
rapporto r’ = √r = √20 = 4,4721359
a = 6 = m.g. /r’ ≈ 26,832815 / 4,4721359 = 5,9999999 ≈ 6
c = 120 = m.g. x r’ ≈ 26,832815 x 4,4721359 = 119,99999≈ 120.

Ora abbiamo la progressione geometrica

6, 26,83…, 120

con 6 e 120 simmetrici rispetto a 26,83…, dal quale distano (geometricamente, e non aritmeticamente) entrambi per il numero r' = √r = √ac: r' è intero solo se r è un quadrato perfetto, per esempio con i tre numeri

5 15 45

a b c

dove ac = 5 x 45 = 225 = b^2 = 15 x 15;

r = 45/5 = 9 = 3^2, ed r' = √9 = 3 intero.

Una simmetria aritmetica si ha invece con i numeri 5, 15 e 25 con la media aritmetica = (5 + 25)/2 = 15, con 5 e 25 equidistanti da 15 tramite la semidifferenza (25 -5)/2 =10, infatti 5+10 =15 e 25 – 10 = 15. Tale simmetria si verifica nelle coppie di Goldbach N = p +q simmetriche rispetto a N/2 = (p + q) /2 = semisomma costante, tramite la semidifferenza variabile d =(q-p)/2, con d = 1 per i numeri primi gemelli.

Nella simmetria dei gruppi di Lie, e dei numeri di Fibonacci, consideriamo invece la simmetria geometrica, tramite la media geometrica m.g. = √ac. Vediamo ora cosa succede con tre numeri di Fibonacci, caso molto particolare di simmetria geometrica. Come vedremo, mentre per tre fattoriali consecutivi r' cresce progressivamente al crescere di (n-1)!, n! ed (n+1)!, per tre numeri consecutivi di Fibonacci r' è sempre quasi costante, e tende, com'è noto, al numero aureo Φ =1,618 al crescere dei tre numeri F, mentre r è ovviamente 1,618^2. Per esempio i tre numeri di Fibonacci consecutivi:

5 8 13

a b c

prodotto ac = 5 x 13 = 65

media geometrica = √65 = 8,062257748

r = 13/5 = 2,6; r' = √2,6 = 1,61245155

5 = 8,06…/1,612… = 5

13 ≈ 8,06… x 1,612… = 13

Si nota che la m.g. = 8,06 è molto vicina al numero b = 8, il numero centrale. Lo stesso succede per i numeri F successivi 89, 144 e 233, dove ora r'=1,618016541, più vicino al valore reale di Φ = 1,618033989…, ed ancora più vicino per due numeri F ancora molto più grandi, il cui rapporto Fn /Fn-1 tende a Φ.

Concludendo, rapporto r' tendente a 1,618 per i numeri di Fibonacci, variabile e crescente per altre terne di numeri, come abbiamo visto nell'esempio con i fattoriali 3!, 4! e 5!

Questa relazione tra progressioni geometriche per tre numeri consecutivi particolari e per tre numeri consecutivi di Fibonacci, e relative simmetrie geometriche, potrebbe essere interessante in futuro nelle teorie di stringa, visto che il numero aureo compare in molti lavori, del Nardelli, possibilmente come conseguenza più o meno diretta della formula limitante D =2F analizzata in questo lavoro, e che determina semplicemente il numero D delle dimensioni in cui possono vibrare le stringhe, le quali, di conseguenza, non possono vibrare in un numero di dimensioni diverso da 2F, per esempio 12, 14, 18, 22, ecc.

Poiché i numeri F (presenti nei numeri D, E ed n!, per esempio per 13! sono presenti come fattori anche i numeri F = 1, 2, 3, 5, 8 e 13) sono sempre minori dei numeri n!, D ed E, il numero r' = 1,618 potrebbe essere il numero minimo di simmetria geometrica connessa alle teorie stringa, ecco perché, ma questa è una nostra congettura ancora da verificare, tale valore potrebbe spuntare fuori in alcuni calcoli e quindi in alcuni lavori sull'argomento. In tal caso esso sarebbe alla base di tutte le simmetrie e regolarità naturali, dalle stringhe alle teorie di simmetria e supersimmetria, in altri termini, ovunque compaiono i numeri di Fibonacci (già presenti nel numero D = 2F di dimensioni possibili) e quindi anche il numero aureo. In tal modo abbiamo evidenziato un ponte, un legame robusto tra Teorie di Stringa e Teoria dei

Numeri, costituito proprio dai numeri di Fibonacci, il cui ruolo potrebbe essere molto più importante di quanto finora è stato riconosciuto.

Riferimenti.

1) Nardelli, M. e Di Noto, F. e Tulumello,A. (2006) Fibonacci, primi e Teoria di Stringa - Database Solar CNR

2) Francesco Di Noto e Michele Nardelli, "I gruppi di Lie e la simmetria in fisica e in matematica" - http://xoomer.alice.it/stringtheory/

3) Nardelli Michele (2007) "On some mathematical connections concerning the relation between three-dimensional gravity related to Chern – Simons gauge theory, p – adic Hartle - Hawking wave function, Ramanujan's modular functions and some equations describing the Riemann zeta-function" - Data base Solar CNR.

4) Gruppo Eratostene, "Serie numerica di Fibonacci e stabilità nei fenomeni naturali" - http://www.gruppoeratostene.netandgo.eu

5) Michele Nardelli "Sulle connessioni matematiche tra le soluzioni analitiche dell'equazione di Thomas – Fermi, il numero Aureo e le modalità corrispondenti alle vibrazioni delle stringhe" - http://xoomer.alice.it/stringtheory/